



SERVIÇO PÚBLICO FEDERAL
MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO
INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA DO PARÁ - CAMPUS CASTANHAL
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM DESENVOLVIMENTO RURAL E GESTÃO
DE EMPREENDIMENTOS AGROALIMENTARES

SÓRIA PEREIRA LIMA SOARES

**MODELAGEM MATEMÁTICA COMO ESTRATÉGIA PARA O ENSINO DE
GEOMETRIA ESPACIAL NO 3º ANO DO ENSINO MÉDIO DA ZONA RURAL DE
MARABÁ-PA.**

**CASTANHAL-PA
2019**



SERVIÇO PÚBLICO FEDERAL
MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO
INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA DO PARÁ - CAMPUS CASTANHAL
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM DESENVOLVIMENTO RURAL E GESTÃO
DE EMPREENDIMENTOS AGROALIMENTARES

SÓRIA PEREIRA LIMA SOARES

**MODELAGEM MATEMÁTICA COMO ESTRATÉGIA PARA O ENSINO DE
GEOMETRIA ESPACIAL NO 3º ANO DO ENSINO MÉDIO DA ZONA RURAL DE
MARABÁ-PA.**

Dissertação de Mestrado apresentada ao curso de Mestrado Profissional em Desenvolvimento Rural e Gestão de Empreendimentos Agroalimentares do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Pará – Campus Castanhal, como requisito parcial para obtenção do Título de Mestre em Desenvolvimento Rural e Gestão de Empreendimentos Agroalimentares.

Orientador: Prof. Dr. Antonio Jorge Paraense da Paixão.

**CASTANHAL-PA
2019**

Dados para catalogação na fonte
Setor de Processamento Técnico Biblioteca
IFPA - Campus Castanhal

S676m Soares, Sória Pereira Lima
Modelagem matemática como estratégia para o ensino de geometria espacial no 3º ano do ensino médio da Zona Rural de Marabá-PA. / Sória Pereira Lima Soares. — 2019.
88 f.

Impresso por computador (fotocópia).

Orientador: Prof. Dr. Antonio Jorge Paraense da Paixão

Dissertação (Mestrado em Desenvolvimento Rural e Gestão de Empreendimentos Agroalimentares) — Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Pará – IFPA, 2019.

1. Desenvolvimento rural – Marabá (PA). 2. Modelos matemáticos.
3. Geometria espacial - Ensino. 4. Matemática (Ensino Médio) – Zona Rural. I. Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Pará.
II. Título.

CDD: 307.1412098115



SERVIÇO PÚBLICO FEDERAL
MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO
INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA DO PARÁ - CAMPUS CASTANHAL
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM DESENVOLVIMENTO RURAL E GESTÃO
DE EMPREENDIMENTOS AGROALIMENTARES

SÓRIA PEREIRA LIMA SOARES

**MODELAGEM MATEMÁTICA COMO ESTRATÉGIA PARA O ENSINO DE
GEOMETRIA ESPACIAL NO 3º ANO DO ENSINO MÉDIO DA ZONA RURAL DE
MARABÁ-PA.**

Dissertação de Mestrado apresentada ao curso de Mestrado Profissional em Desenvolvimento Rural e Gestão de Empreendimentos Agroalimentares do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Pará – Campus Castanhal, como requisito parcial para obtenção do Título de Mestre em Desenvolvimento Rural e Gestão de Empreendimentos Agroalimentares.

BANCA EXAMINADORA:

Prof. Dr. Antonio Jorge Paraense da Paixão
(IFPA Campus Castanhal – Orientador)

Prof^ª Dr^a Miranilde Oliveira Neves
(IFPA Campus Castanhal – Membro)

Prof. Dr. Denis Carlos Lima Costa
(IFPA Campus Ananindeua – Membro)

Paragominas, 09 de julho de 2019.

Dedico este trabalho à minha família que
sempre esteve comigo nesta caminhada.

AGRADECIMENTOS

A Deus, por ter me feito acreditar que seus planos são infinitamente maiores do que os meus, me possibilitando vivenciar esta experiência e por estar sempre presente em minha vida mostrando os caminhos a serem tomados.

A minha mãe, Diva, por ser minha base e fortaleza.

Ao Augusto, pelo incentivo e por enfrentar junto comigo este desafio.

Ao meu filho Bernardo José, minha fonte de inspiração.

Ao orientador Prof. Dr. Antonio Jorge Paraense da Paixão, pela acolhida, paciência e principalmente pela confiança e responsabilidade em mim depositadas.

Aos professores do mestrado, pela competência, dedicação e pela forma harmoniosa, amigável e responsável de conduzir nossa formação.

A professora Mirian Santos do IFPA Campus Marabá Rural, pela generosidade de compartilhar sua sala de aula comigo.

A Djenane Soares, pela amizade e por fazer com que minhas idas e vindas a Paragominas se tornassem momentos agradáveis de encontro e troca de experiências.

Aos membros das bancas de qualificação e defesa pela dedicação, sugestões e desafios propostos.

A todos que contribuíram para este trabalho.

“Educar não é transferir conhecimento, mas
criar as possibilidades para a sua própria
produção ou a sua construção.”
Paulo Freire

RESUMO

O presente trabalho apresenta os resultados de uma pesquisa desenvolvida no Programa de Mestrado Profissional em Desenvolvimento Rural e Gestão de Empreendimentos Agroalimentares do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Pará, turma de Paragominas. Teve como objetivos identificar e analisar as possíveis contribuições da Modelagem Matemática para o ensino da Geometria Espacial, bem como melhoria na qualidade no ensino desse tópico. Discutem-se, após apresentar o estado da arte, as relações entre Modelagem Matemática e Ensino de Geometria Espacial. A pesquisa é de cunho qualitativo, tendo como sujeitos estudantes de duas turmas de alunos do 3º ano do Ensino Médio de uma unidade escolar do meio rural na cidade de Marabá, interior do Pará. Foram planejadas e ministradas aulas utilizando a metodologia da modelagem matemática, no último semestre de 2018, a principal atividade foi nomeada de “As Formas Geométricas do Nosso *Campus*”, abordando conteúdos de Geometria Espacial, momento em que os sujeitos escolheram dentro da estrutura física do *campus* quais as formas geométricas que desejariam investigar. Os resultados da pesquisa apontam para diversas contribuições da Modelagem Matemática, tanto nos aspectos relacionados à aprendizagem dos conteúdos de Geometria espacial, quanto à formação da criticidade e autonomia dos alunos. Como produto final criou-se um blog com indicações de atividades para os professores desse nível de ensino.

Palavras-chave: Modelagem Matemática; Ensino de Geometria Espacial; Ensino da Matemática no Ensino Médio da Zona Rural;

ABSTRACT

This paper presents the results of a research developed in the Professional Master Program in Rural Development and Management of Agri-Food Enterprises of the Federal Institute of Education, Science and Technology of Pará, Paragominas class. It aimed to identify and analyze the possible contributions of Mathematical Modeling to the teaching of Spatial Geometry, as well as to improve the quality of teaching on this topic. After presenting the state of the art, the relationship between Mathematical Modeling and Spatial Geometry Teaching is discussed. The research is qualitative, with students from two classes of students of the 3rd year of high school of a rural school unit in the city of Marabá, interior of Pará. Lessons were planned and taught using the methodology of mathematical modeling, In the last semester of 2018, the main activity was named “The Geometric Shapes of Our *Campus*”, addressing Spatial Geometry contents, at which time the subjects chose within the *campus* physical structure which geometric shapes they would like to investigate. The research results point to several contributions of Mathematical Modeling, both in the aspects related to the learning of the spatial geometry contents, as well as the formation of the criticality and autonomy of the students. As a final product a blog was created with indications of activities for teachers of this level of education.

Keywords: Mathematical Modeling; Teaching of Spatial Geometry; Teaching Mathematics in High School in the Rural Area;

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 Layout da Revista Eletrônica.....	29
Figura 2 Apresentação da Aula de Geometria Espacial	37
Figura 3 Apresentação da Aula de Geometria Espacial	38
Figura 4 Apresentação da Aula de Geometria Espacial	38
Figura 5 Apresentação da Aula de Geometria Espacial	39
Figura 6 Área do retângulo.....	39
Figura 7 Área do quadrado.....	40
Figura 8 Área do paralelogramo.....	41
Figura 9 Área do losango	41
Figura 10 Área do trapézio.....	42
Figura 11 Área da circunferência	42
Figura 12 Apresentação da Aula de Geometria Espacial	43
Figura 13 Apresentação da Aula de Geometria Espacial	44
Figura 14 Apresentação da Aula de Geometria Espacial	45
Figura 15 Volume da pirâmide.....	46
Figura 16 Área do cone	47
Figura 17 Registro da atividade de modelagem matemática.....	50
Figura 18 Sólido geométrico produzido pelos alunos	50
Figura 19 Figura da questão elaborada pelo grupo 1	50
Figura 20 Registro da atividade de modelagem matemática.....	52
Figura 21 Sólido geométrico produzido pelos alunos	52
Figura 22 Figura da questão elaborada pelo grupo 2	52
Figura 23 Registro da atividade de modelagem matemática.....	54
Figura 24 Sólido geométrico produzido pelos alunos	54
Figura 25 Figura da questão elaborada pelo grupo 3	54
Figura 26 Registro da atividade de modelagem matemática.....	56
Figura 27 Sólido geométrico produzido pelos alunos	56
Figura 28 Figura da questão elaborada pelo grupo 4	56
Figura 29 Layout da Página de Apresentação do Blog	65
Figura 30 Layouts da Página Inicial do Blog	66
Figura 31 Layout da Página dos Posts Recentes	67
Figura 32 Layout da Aba Eventos do Blog	68
Figura 33 Layout da Aba Sugestões de Cursos.....	69
Figura 34 Layout da Aba Sugestões de Leituras e Vídeos.....	70
Figura 35 Layout da Aba Fale Conosco.....	71

LISTA DE GRÁFICOS

Gráfico 1 Respostas dos alunos para questão 1.....	58
Gráfico 2 Respostas dos alunos para questão 2.....	59
Gráfico 3 Respostas dos alunos para questão 3.....	59
Gráfico 4 Respostas dos alunos para questão 4.....	60
Gráfico 5 Respostas dos alunos para questão 5.....	61
Gráfico 6 Respostas dos alunos para questão 6.....	62

LISTA DE TABELA

Tabela 1 O aluno e o professor nos casos de Modelagem.....	20
Tabela 2 Plano de Atividades do Estágio Supervisionado	36

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO.....	13
1.1	PROBLEMÁTICA.....	14
2	MAPA TEÓRICO.....	15
2.1	SURGIMENTO DA MODELAGEM MATEMÁTICA.....	15
2.2	O QUE É MODELAGEM MATEMÁTICA?	15
2.2.1	Conceitos de Modelagem Matemática por diversos Autores.	15
2.3	PRINCIPAIS FOCOS DA MODELAGEM MATEMÁTICA	17
2.3.1	Metodologia.....	22
2.4	APLICAÇÃO DA MODELAGEM MATEMÁTICA	24
2.4.1	A Geometria	25
3	METODOLOGIA.....	28
3.1	A ESCOLHA DA PESQUISA QUALITATIVA	28
3.2	PESQUISA BIBLIOGRAFICA, ESTADO DA ARTE	29
3.3	A PESQUISA DE CAMPO	30
4	MODELAGEM MATEMÁTICA COMO ESTRATÉGIA PARA O ENSINO DE GEOMETRIA ESPACIAL NO 3º ANO DO ENSINO MÉDIO DA ZONA RURAL DE MARABÁ-PA	32
4.1	HISTÓRICO E CARACTERÍSTICAS DA COMUNIDADE ONDE O CAMPUS ESTÁ INSERIDO ..	32
4.2	DESCRIÇÃO DO IFPA CAMPUS MARABÁ RURAL	33
4.2.1	Pedagogia da Alternância	33
4.3	UMA INTERVENÇÃO PEDAGÓGICA NO IFPA CAMPUS MARABÁ RURAL – RELATO DE UMA EXPERIÊNCIA	35
4.3.1	Primeiro Tempo Escola	35
4.3.2	Segundo Tempo Escola	42
4.3.3	Terceiro Tempo Escola	49
4.4	RESULTADOS E DISCUSSÃO.....	58
4.4.1	Resultados	58
4.4.2	Discussão	62
5	PRODUTO FINAL	64
6	CONSIDERAÇÕES FINAIS	72
	REFERENCIAS	73
	APENDICE	77
	Questionário de Avaliação da Atividade de Modelagem Matemática.....	77
	ANEXO	79
	Artigo: Modelagem Matemática como Metodologia para o Ensino Aprendizagem da Matemática: Revisão da Literatura.	79

1 INTRODUÇÃO

A finalidade central da Matemática é representar a realidade através dos conhecimentos e instrumentos que possibilitam a interpretação, criação de significados, desenvolvimento do raciocínio lógico utilizado na resolução dos problemas e, assim, auxiliar na participação no meio em que vivemos. A Matemática está presente nas várias formas de relacionamento na sociedade, o que mostra sua relevância no processo de construção do conhecimento, seja na escola ou em qualquer outra parte da estrutura social. Em razão disso, o ensino de Matemática deve admitir um compromisso com o aluno e com a sociedade em geral.

Nossa experiência como estagiária nas aulas de Matemática nas turmas do 3º ano do Ensino Médio demonstra que se faz imprescindível, além de outros aspectos, adotar uma metodologia de ensino que cumpra as necessidades de desenvolvimento da criticidade do aluno e, também, da habilidade de enfrentar os desafios do meio em que vive.

Das dificuldades relatadas pela docente de Matemática do Campus Marabá Rural, nasceu esta pesquisa, que recomenda a utilização de uma metodologia de ensino de Matemática com habilidade de aproximação das situações reais do cotidiano dos alunos em sala de aula. Desse ponto surge a questão norteadora deste trabalho: Quais as possíveis contribuições da Modelagem Matemática para o ensino da Geometria Espacial no 3º ano do Ensino Médio de uma unidade de ensino da Zona Rural?

Considerada tal pergunta de pesquisa, elencaram-se os seguintes objetivos para o trabalho: a) analisar as possíveis contribuições da Modelagem Matemática para o ensino da Geometria Espacial no 3º ano do Ensino Médio de uma unidade de ensino da Zona Rural; b) motivar os alunos a participarem das aulas de matemática, dando um significado especial aos conteúdos, oferecendo condições para que compreendam e se apropriem deles, para que assim tenham uma melhor compreensão do meio onde vivem, participando e agindo para a transformação. De modo mais específico relacionar, relacionando espaços e formas do cotidiano dos alunos com conceitos matemáticos de Geometria Espacial; Execução e avaliação das aulas com duas turmas de 3º ano do Curso Técnico em Agropecuária Integrado.

O trabalho está dividido em três grandes partes na primeira fez-se uma incursão sobre o mapa teórico, o qual trata do surgimento da Modelagem Matemática e apontam-se os principais conceitos e focos dessa metodologia e também faz uma referência à origem do tema da pesquisa - a Geometria.

A segunda parte refere-se aos procedimentos metodológicos, a escolha da Pesquisa Qualitativa para o desenvolvimento. Logo após, apresenta-se o “Estado da Arte” sobre a temática e por último a descrição da Pesquisa de Campo.

Por fim, apresentam-se relatos e análises sobre a experiência com a utilização da Metodologia proposta e algumas considerações em relação das dificuldades encontradas e das contribuições que essa proposta de trabalho promoveu ao processo de ensino e aprendizagem da Matemática.

1.1 PROBLEMÁTICA

Como discente do Programa de Mestrado Profissional em Desenvolvimento Rural e Gestão de Empreendimentos Agroalimentares – subárea Educação realizei o estágio (componente curricular obrigatório) em uma unidade escolar da zona rural. A escola que ofertou o estágio foi o Campus Marabá Rural, do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Pará.

No primeiro momento quando foi apresentado o plano de estágio para a professora Miriam Santos – Docente de Matemática do Campus, que gostou do tema “Modelagem Matemática” e solicitou que iniciássemos com o conteúdo de Geometria Espacial nas turmas do 3º ano do Curso Técnico em Agropecuária Integrado ao Ensino Médio, segundo a professora, os alunos estavam com dificuldades na aprendizagem de Geometria Espacial e a utilização de uma metodologia alternativa poderia ser a solução.

Compreendi o pedido, pois quando era estudante do Ensino Médio percebi que a abordagem dada à Geometria, tanto no Ensino Fundamental quanto no Ensino Médio, muitas vezes é por meio de definições, propriedades e fórmulas em situações desvinculadas do cotidiano dos alunos. Acredita-se que esta situação venha se transformando pela exigência do Plano Nacional do Livro Didático – PNLD, no sentido de que o enfoque seja voltado para o cotidiano dos alunos.

Vários alunos têm entre seus familiares a presença de profissões como pedreiros ou carpinteiros, por exemplo, que utilizam as formas, suas implicações e cálculos, mas não conseguem fazer a contextualização entre a Geometria utilizada por seus familiares e aquela ensinada nos livros didáticos na escola.

Compreendo que um trabalho dessa natureza, contendo a Modelagem Matemática como princípio, possa, além de contribuir para a aprendizagem dos conteúdos de Geometria Espacial, possibilitar uma prática docente transformadora.

2 MAPA TEÓRICO

2.1 SURGIMENTO DA MODELAGEM MATEMÁTICA

A Modelagem Matemática surgiu para atender a necessidade do homem de resolver situações problemas do seu cotidiano. Podemos identificar vários exemplos de modelagem matemática nos registros da história do homem e da matemática, como: Tales de Mileto (639-568 a.C.) que utilizava a semelhança de triângulos para calcular a altura das pirâmides; Arquimedes (287-212 a.C.) com princípio da alavanca e da balança; René Descartes (1569-1650) com o modelo que reconhece as relações entre as equações algébricas e os lugares geométricos.

A Modelagem Matemática foi inserida no Brasil por meio de um grupo de professores, em particular, Aristides Barreto da Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro e também Ubiratan D'Ambrosio e Rodney Carlos Bassanezi da Universidade Estadual de Campinas – UNICAMP que propagaram, primeiramente na forma de cursos de especialização, a metodologia alternativa para o ensino da Matemática. Esse conceito foi carregado por Bassanezi até o mestrado em Educação Matemática da UNESP de Rio Claro, no ano de 1986, que a começar de seus orientandos, principalmente a Maria Salett Biembengut e o Dionísio Burak, passaram a utilizar a Modelagem Matemática na Educação Básica.

Temos diversos autores que possuem a Modelagem Matemática focada nos processos de ensino e de aprendizagem, em diferentes áreas, como objeto de pesquisa, entretanto todos com a única finalidade de torná-la uma trajetória exequível com o intuito de transformar a falta de sucesso elevada pelo ensino tradicional da matemática, pretendendo alcançar um ensino da matemática mais relevante, comprometido com o aluno e com a transformação de sua realidade.

2.2 O QUE É MODELAGEM MATEMÁTICA?

2.2.1 Conceitos de Modelagem Matemática por diversos Autores.

Destinando-se a construir uma comunicação com a Modelagem Matemática, que é o nosso campo de investigação, relataremos nesta seção alguns pontos de vistas a respeito da Modelagem Matemática.

A Modelagem Matemática traduz-se em um processo no qual a experiência cotidiana do aluno é aproveitada no ambiente acadêmico. Também, podemos afirmar que a Modelagem Matemática trata-se de uma metodologia, cuja proposta é oferecer aplicabilidade da matemática em situações da vida real. Assim, o objetivo dessa metodologia é dar um sentido ao conteúdo estudado, gerando uma facilidade maior na sua aprendizagem.

A Modelagem Matemática faz parte de um grupo de tendências que tem se destacado atualmente no mundo da Educação Matemática, as quais visam proporcionar aos alunos aulas mais proveitosas e motivadoras. Nessa conjuntura, a Modelagem é encarada como umas das metodologias que se concentra na melhoria da atuação dos professores e dos alunos no processo ensino aprendizagem.

Uma parcela significativa dos pesquisadores tem o hábito de combinar a Modelagem no ensino da matemática com as experiências fora de sala de aula. Para Bassanezi, “A Modelagem Matemática consiste na arte de transformar problemas da realidade em problemas matemáticos e resolvê-los interpretando suas soluções na linguagem do mundo real” (2002, p. 16). Ferreira afirma que “a Modelagem Matemática, entendida como uma estratégia de ensino aprendizagem, na qual os alunos transformam problemas da realidade em problemas matemáticos...” (2003, p. 51).

E para reforçar temos Cristofolletti (1999, p. 47) que define a Modelagem Matemática como “Qualquer representação simplificada da realidade ou de um aspecto do mundo real que surja como de interesse ao pesquisador, que possibilite reconstruir a realidade, prever um comportamento, uma transformação ou uma evolução”.

Ao mencionar os autores acima, lembramos de algumas das atividades de Modelagem na Educação Matemática desenvolvidas pelos pesquisadores e, como consequência, nos lembramos do D'Ambrosio, o qual aponta a questão: “Por que Educação e Educação Matemática e o próprio fazer matemático se não percebemos como nossa prática pode ajudar a construir uma humanidade ancorada em respeito, solidariedade e cooperação?” (1998, p. 13).

Bassanezi declara que um dos objetivos da Modelagem na Educação Matemática é estabelecer com que os alunos se organizem “para a vida real como cidadãos atuantes na sociedade, competentes para ver e formar juízos próprios, reconhecer e entender exemplos representativos de aplicações de conceitos matemáticos” (2002, p. 36).

Com esse conceito, o autor consegue revelar como a Modelagem na Educação Matemática tem contribuído com a formação político-social do aluno. Afinal de contas, o autor Fiorentini (1996) garante que a Modelagem no Ensino da Matemática no Brasil tem

uma implicação mais social e antropológica, segundo os estudos de D'Ambrosio, que procura estabelecer a Modelagem Matemática no âmbito da Etnomatemática.

Logo podemos concluir que trabalhar com modelagem matemática pode alcançar os seguintes resultados: desenvolvimento da construção do conhecimento; o conteúdo passa a ser mais significativo; estimula a aprendizagem com motivação; capacita o aluno a analisar um determinado problema; desenvolvimento do aluno como cidadão crítico e transformador de sua realidade.

2.3 PRINCIPAIS FOCOS DA MODELAGEM MATEMÁTICA

Podemos compilar suas diversas vertentes em duas: 1) método alternativo de ensino e aprendizagem de matemática; e 2) a construção de modelos matemáticos. Desta maneira, exibimos alguns autores e suas visões em relação à Modelagem Matemática.

Na primeira vertente temos, Dionízio Burak que teve a Modelagem Matemática abraçada ao longo de sua carreira como metodologia alternativa para o ensino e aprendizagem de Matemática na Educação Básica.

Segundo o autor, a Modelagem Matemática é “um conjunto de procedimentos cujo objetivo é construir um paralelo para tentar explicar, matematicamente, os fenômenos presentes no cotidiano do ser humano, ajudando-o a fazer previsões e a tomar decisões” (BURAK, 1992, p. 62).

Essa visão defendida por Burak está adversa ao ensino tradicional, em virtude de posicionar o aluno como centro do processo de ensino e aprendizagem. E vão muito além, tornando a Modelagem como fonte da transformação da realidade por meio da participação crítica, em conformidade têm:

Um aluno em contato com a realidade do seu ambiente desenvolve atitudes criativas em relação ao mesmo, cabendo aos professores desempenhar o papel de interlocutores de uma educação que incorpore uma análise da realidade socioambiental opondo-se àquela em que o aluno é levado a ignorar as consequências dos seus atos. (CHAVES, 2004, p.81-82).

Desta maneira os autores Chaves (2004) e Burak (1992) aproximam-se ao defenderem que, a atuação do aluno com suas opiniões, escolhas e anseios é essencial para seu compromisso com o aprendizado.

Na elaboração do trabalho com a Modelagem Matemática, Burak (1992) sugere cinco etapas para desenvolver a atividade: 1) escolha do tema; 2) pesquisa exploratória; 3)

levantamento dos problemas; 4) resoluções dos problemas e o desenvolvimento da Matemática relacionada ao tema; 5) análise crítica da solução.

Para melhor assimilação das etapas sugeridas por Burak, minuciamos as ideias a seguir:

1) A **escolha do tema** é a etapa cuja o professor estimula e oferece condições para que os alunos possam definir o tema sobre o qual pretendem pesquisar. Esse tema terá que despertar o interesse do aluno e pertencer ao seu dia a dia. Os temas poderão ser variados, “uma vez que não necessitam ter nenhuma ligação imediata com a Matemática ou com conteúdos matemáticos e sim com o que os alunos queiram pesquisar” (KLÜBER; BURAK, 2008, p.21). Além de que “pode ser enquadrado nas mais diversas atividades, como agrícolas, industriais, de prestação de serviços ou temas de interesses momentâneos, que estão na mídia: brincadeiras, esportes, política, dentre outros” (KLÜBER; BURAK, 2007, p.3). Lembramos que nessa fase “é fundamental que o professor assuma a postura de mediador, pois deverá dar o melhor encaminhamento para que a opção dos alunos seja respeitada” (KLÜBER; BURAK, 2007, p.4) e esse detalhe será capaz de motivar a pesquisa.

2) A **pesquisa exploratória** será desempenhada logo após a definição do tema. Nessa etapa, os alunos serão orientados a procurar referências para nortear a pesquisa, uma vez que, “A pesquisa de campo é fundamental, pois o contato com o ambiente é um ponto importante do trabalho com a Modelagem e ajuda o aluno a desenvolver aspectos formativos, investigativos” (KLÜBER; BURAK, 2007, p.3).

3) Na etapa de **levantamento dos problemas**, os alunos são chamados a expor todas referências apanhadas na etapa anterior. De agora em diante, “os alunos elaboram e esquematizam os problemas surgidos sobre o tema” (SOISTAK; BURAK, 2005) e passam a “conjeturarem sobre tudo que pode ter relação com a Matemática, elaborando problemas simples ou complexos que permitam vislumbrar a possibilidade de aplicar ou aprender conteúdos matemáticos” (KLÜBER; BURAK, 2007, p.4). Nessa etapa existe a presença do professor mediador das atividades, despertando nos alunos a capacidade de tomar decisões, de formular hipóteses, de questionar as possíveis resoluções de um único problema.

4) Na etapa de **resolução dos problemas e desenvolvimento do conteúdo matemático** é o momento de provocar nos alunos a competência para resolução dos problemas levantados na etapa anterior, com a assistência dos conteúdos matemáticos. Recordamos, então, que um conteúdo, ou agrupamento deles, possui como finalidade demonstrar matematicamente situações habituais das pessoas, assessorando-as a realizar previsões e decisões (BURAK, 1992).

5) A etapa da **análise crítica da solução** é “marcada pela criticidade, não apenas em relação à Matemática, mas também em relação a outros aspectos, como viabilidade e coerência das resoluções apresentadas” (KLÜBER; BURAK, 2007, p.5). É uma etapa relevante, oferece ao aluno condições de refletir sobre os resultados alcançados no procedimento e o quanto eles podem ser promissores para o avanço das atividades, resultando na formação de sujeitos mais independentes e participativos capazes de transformar o meio em que vivem.

Nessa vertente também podemos encontrar um dos pioneiros do trabalho com a Modelagem Matemática no Brasil, Rodney Carlos Bassanezi, que tem em sua base a Matemática Aplicada e defende que “A Modelagem no ensino é apenas uma estratégia de aprendizagem onde o mais importante não é chegar imediatamente a um modelo bem-sucedido, mas caminhar seguindo etapas aonde o conteúdo matemático vai sendo sistematizado e aplicado” (BASSANEZI, 2006, p.38).

Em consonância a essa perspectiva temos o texto de Maria Salett Biembengut e Nelson Hein que argumenta:

Modelagem Matemática é o processo que envolve a obtenção de um modelo. A elaboração de um modelo depende do conhecimento matemático que se tem. Um modelo pode ser formulado em termos familiares, utilizando-se expressões numéricas ou fórmulas, diagramas, gráficos ou representações geométricas, equações algébricas, tabelas, programas computacionais e outros (BIEMBENGUT; HEIN, 2005, p.12).

Nessa obra, reconhecemos que a Modelagem Matemática é uma metodologia alternativa de ensino com três etapas bem determinadas. Sendo elas: a interação, a matematização e o modelo matemático.

Na interação, procura-se alcançar todas possíveis informações sobre o conteúdo a ser estudado, por meio dos diversos meios didáticos: jornais, revistas, internet, experiências de campo, entre outros. É o momento de se ambientar com o conteúdo.

Logo após essa fase de ambientação inicia-se à matematização, é nessa etapa que ocorre a transcrição do problema para a linguagem matemática. Por essa razão é fundamental separarmos os dados coletados relevantes dos irrelevantes, estabelecendo e reconhecendo os fatos para então tomar a decisão sobre quais serão pesquisados, ou seja, momento de alçar as possíveis hipóteses. Após esse trabalho de formular o problema, este deve ser analisado utilizando todos os possíveis recursos matemáticos.

Com Biembengut e Hein (2005), é razoável esclarecer que, para alcançar um modelo, é necessário que o aluno domine bem o conteúdo matemático que será utilizado.

Compreendemos que nessa visão não há oportunidade de construção do conhecimento matemático por meio da Modelagem Matemática e isso seria capaz de fortalecer o pensamento de muitos que apontam a Matemática como uma ciência difícil, o que opomos. Acreditamos que é possível sim alcançar um modelo mesmo que o aluno não tenha o domínio completo do conteúdo, esse domínio pode ser construído com a utilização da Modelagem Matemática.

Para obtenção do modelo é necessário iniciar-se a terceira etapa, nesse momento ocorre a validação do modelo, avaliação e verificação do quanto ele chega próximo da situação-problema. Outrossim, nessa etapa é fundamental verificar o quanto o modelo é confiável para finalmente ser utilizado. Esse detalhe é muito relevante, pois no decorrer do processo podem surgir imprevistos, invalidando o modelo.

Já na visão de Barbosa (2001a), dentro da mesma vertente, a Modelagem Matemática é um ambiente de aprendizagem. Nas palavras dele: a “Modelagem, como entendemos, estimula os alunos a investigarem situações de outras áreas que não a Matemática por meio da Matemática” (BARBOSA, 2001a, p.6). Esse conceito defendido por Barbosa tem grande relevância no trabalho em sala de aula se bem aproveitado pelo professor, pois relaciona a Matemática a outras áreas do conhecimento.

Nessa visão, Barbosa define três casos no trabalho com Modelagem Matemática que estão demonstrados na tabela 1 a seguir:

Tabela 1 O aluno e o professor nos casos de Modelagem			
Caracterização	Caso 1	Caso 2	Caso 3
Elaboração da Situação/ Problema	Professor	Professor	Professor/Aluno
Simplificação	Professor	Professor/Aluno	Professor/Aluno
Dados Qualitativos e Quantitativos	Professor	Professor/Aluno	Professor/Aluno
Resolução	Professor/Aluno	Professor/Aluno	Professor/Aluno

Fonte: Barbosa (2001a, p.9)

Estudando a tabela 1 concluímos que trabalhar a Matemática nessa visão assegura uma comunicação maior entre professor e aluno divergindo do ensino tradicional da matemática, no qual o professor é o protagonista de todo o processo e, também, o fato que o ensino é

baseado no livro didático, com uma sequência definida de conteúdos/lições e procedimentos nos quais o aluno assume o papel de ser apenas receptor, tendo que realizar os exercícios e uma avaliação do que foi estudado.

A seguir, relataremos resumidamente os três casos do avanço de um trabalho com o auxílio da Modelagem Matemática segundo Barbosa (2001a):

1) **Caso 1:** O professor retrata a situação-problema, com as informações necessárias à sua resolução e a questão gerada, competindo aos alunos a fase de resolução. Nesse momento, o professor apresenta uma situação-problema aos alunos, não é necessário que eles corram atrás de dados fora da sala de aula; todo o trabalho se dá com base na situação e no problema fornecido pelo professor.

2) **Caso 2:** O professor carrega para a sala uma situação de uma realidade diferente, competindo aos alunos a coleta dos dados necessários para efetivar a resolução. Nesse caso, o conteúdo pode ser os mais variados possíveis, pode ser relacionado às questões atuais da comunidade onde os alunos estão inseridos, uma situação a nível nacional ou mundial que está em visibilidade ou até mesmo um tema que não tem nada a ver com a matemática. Eles têm que investigar dados fora da sala de aula para chegar à resolução do problema.

3) **Caso 3:** Com os temas fora da matemática, os alunos elaboram e resolvem problemas. É o caminho do trabalho de projetos. Pode ser um projeto sobre meio ambiente, economia, política etc., e este projeto pode contemplar somente a Matemática, porém também pode ser interdisciplinar.

E, na segunda vertente, a construção de modelos matemáticos, os pesquisadores Almeida; Silva e Vertuan (2012) apontam a Modelagem como maneira de explanar ou retratar através da linguagem matemática um determinado conteúdo. Em suas palavras:

Um modelo matemático é um sistema conceitual, descritivo ou explicativo, expresso por meio de uma linguagem ou uma estrutura matemática e que tem por finalidade descrever ou explicar o comportamento de outro sistema, podendo mesmo permitir a realização de previsões sobre este outro sistema (ALMEIDA; SILVA; VERTUAN, 2012, p.13).

Ao seguir uma determinada vertente da Modelagem Matemática estamos explanando a nossa forma de entender essa prática, que por sua vez irá repercutir no decorrer da pesquisa. No processo de leitura analítica das obras, identificamos que os trabalhos com foco na utilização da Modelagem matemática em sala de aula, estão sendo realizados com frequência nas pesquisas em Modelagem Matemática.

A nossa pesquisa de campo utilizará a visão defendida por Burak e Klübler (2008) e Burak (2010), com a finalidade de alcançar o nível máximo de aproveitamento por parte dos alunos em relação à aprendizagem do conteúdo matemático sob uma nova perspectiva, por meio de um novo caminho o qual eles nunca haviam trabalhado. Estudaremos o conteúdo matemático pelo enfoque de Modelagem Matemática, considerando o interesse dos alunos, suas escolhas e seus objetivos.

Vale lembrar que existem outras visões sobre Modelagem Matemática a serem citadas, porém, como já concluímos, é uma área extensa que neste momento não possuímos condições de interpelar todas. Outrossim, em frente do que falamos até este momento podemos compreender que muito tem sido feito, e ainda muito está por fazer, para que pesquisadores e professores se inclinem sobre as pesquisas já existentes e dá um passo à frente para alcançar o objetivo principal que é transformar o quadro de insucesso do ensino da Matemática na Educação Básica.

2.3.1 Metodologia

Ao encarar a Modelagem Matemática como uma metodologia, precisamos analisar a evolução das metodologias de ensino para compreender todo o processo de transformação na aprendizagem.

Anastasiou (2001) faz um levantamento sobre as metodologias utilizadas durante a história no país, presente nos processos de ensino aprendizagem desde o início das universidades no Brasil. Predominam-se na história o domínio dos modelos jesuíticos, planejados resumidamente em duas fases essenciais, iniciando com a leitura e interpretação de um texto executada pelo docente e, em seguida os docentes faziam questionamentos aos alunos. Aos alunos, competia fazer anotações e resoluções de questões para consolidação do assunto estudado. Esse cenário descrito do modelo jesuítico absorveu características do método escolástico ou parisiense.

O método escolástico tinha como finalidade “a colocação exata e analítica dos temas a serem estudados, clareza nos conceitos e definições, argumentação precisa e sem digressões, expressão rigorosa, lógica e silogística, em latim”, conforme Anastasiou (2001, p.2). O processo de ensino utilizando esse método consiste na exposição do conteúdo, com apresentações dos prós e contras, finalizando com a solução do docente em relação ao

conteúdo estudado. Possuindo essas particularidades, o método escolástico prevaleceu em parte da Europa.

A característica marcante do método parisiense no processo de ensino aprendizagem é o papel do docente como mero repassador do conteúdo, utilizando aulas expositivas seguidamente a resolução de exercícios resolvidos pelos alunos. Outras características presentes no método parisiense são a maneira de avaliação, a utilização de castigos, a gestão implacável dentro e fora de sala de aula, o aluno que decorava o conteúdo para as provas.

Essas características fizeram parte do ensino no Brasil durante o período colonial e, conforme Anastasiou (2001), essa relação professor/aluno/conhecimento tinha como ponto central o professor como repassador do conteúdo. A figura do aluno, nesse contexto, assumia um perfil passivo decorando o conteúdo ensinado para realização das provas. Após esse período no Brasil, a universidade brasileira recebeu influências do modelo alemão e transformou o processo de ensino aprendizagem.

Com o modelo Alemão, as metodologias do ensino firmaram a parceria entre aluno e professor, na condução de pesquisas científicas como ferramentas na construção do conhecimento, cenário totalmente antagônico ao modelo parisiense.

Concepções inovadoras geradas pelos avanços da tecnologia e a universalização dos costumes tem transformado o papel do professor que passa a adaptar a abordagem no processo de ensino, determinando a utilização de informações, orientando a escolha dos recursos didáticos, permitindo a utilização de métodos alternativos para alcançar os objetivos. Por esse motivo, métodos e metodologias alternativas de ensino devem acompanhar essa transformação.

Para Nérice (1987, p.285) método de ensino é um “conjunto de procedimentos lógicos e psicologicamente ordenados” aplicado pelo professor com objetivo de “levar o educando a elaborar conhecimentos, adquirir técnicas ou habilidades e a incorporar atitudes e ideais”. As metodologias de ensino podem ser utilizadas no processo de construção do conhecimento de maneira socializada ou individualizante.

Contudo, Gil (2012, p. 94) pondera sobre o comportamento de alguns professores, que atualmente ainda planejam suas aulas seguindo somente “os capítulos de um livro-texto, sem considerar o que é realmente necessário que os alunos aprendam”. Destaca, também, que vários professores não acompanharam as transformações e evoluções que vêm acontecendo com o passar dos anos, utilizando, geralmente, repetidos métodos de ensino.

É sabido que tanto os alunos quanto a sociedade passam por constantes transformações e, por este motivo, o método tradicional de ensino já não é compatível, ou não são tão

produtivos como no passado, causando a necessidade de aperfeiçoar as práticas docentes (VAILLANT; MARCELO, 2012).

2.4 APLICAÇÃO DA MODELAGEM MATEMÁTICA

Optamos por investigar a Modelagem Matemática no ensino da Geometria Espacial, no 3º ano do Ensino Médio, cujo público alvo são alunos oriundos da zona rural. A partir daqui, realizamos um levantamento de pesquisas com foco em Modelagem Matemática no ensino de Geometria Espacial e percebemos que a preocupação com o ensino da Geometria na Educação Básica vem sendo alvo de estudo de muitos pesquisadores desde a década de 1980, sendo Regina Pavanello e Lilian Nasser, ambas da Universidade Federal do Rio de Janeiro, as precursoras.

Porém, decidimos como limite temporal dessa revisão da literatura o ano de 2010 até o momento presente, por compreendermos que trabalhos mais antigos, embora com relevantes contribuições, não atenderiam nossas expectativas por não apresentarem uma visão mais atualizada do cenário ao qual propomos nos inserir.

Dessa maneira, encontramos algumas dissertações de mestrado envolvendo a Modelagem Matemática e o Ensino de Geometria Espacial, sendo o total de 8 (oito) dissertações, que foram referentes aos seguintes temas: 1) Ensino de Geometria Espacial, exclusivamente, sem proposta alguma de metodologia alternativa para seu ensino, que resultaram 4 (quatro) Dissertações de Mestrado; 2) Ensino de Geometria por meio da Modelagem Matemática com 4 (quatro) Dissertações de Mestrado.

Nossa breve revisão teórico-bibliográfica nos fez constatar que há um baixo número de pesquisas sobre Modelagem Matemática relacionados ao ensino de Geometria Espacial no 3º ano do Ensino Médio e nenhuma voltada para o público da zona rural, foco central de nossa pesquisa.

Contudo, parte de uma pesquisa nos chamou atenção, devido ao objeto se aproximar ao máximo do nosso. Trata-se da pesquisadora Benedita de Toledo da Silva (2010) procurou assimilar os obstáculos enfrentados pelos alunos do Ensino Médio ao tratarem com conteúdo de Geometria Espacial. Assim sendo, a pesquisadora produziu uma revisão de literatura na qual apresenta a linha do tempo do tema, passando pelo desenvolvimento do pensamento geométrico, segundo Van Hiele e Paezys, conduz ainda os pensamentos de Moraco (2006), Lorenzato (1995) e examina os Parâmetros Curriculares Nacionais do Ensino Médio – PCNEM (BRASIL, 1998).

É relevante salientar nessa revisão que a autora procura entender a Geometria numa linha do tempo, primeiramente pensando no sentido etimológico da palavra, em seguida no significado e a origem da Geometria conforme pensada e percebida pelos povos da antiguidade (SILVA, 2010, p.23).

Concluindo, a autora busca montar o cenário histórico do Ensino da Geometria no Brasil onde se percebe que, no século passado, o Ensino da Geometria era focado no método axiomático abstrato, cheios de axiomas, definições, teoremas e demonstrações. Esse cenário teve uma transformação com o Movimento da Matemática Moderna que ocorreu nos anos de 1970, fomentado pela necessidade de acompanhar a expansão tecnológica a partir da segunda metade do século XX.

Essa nova perspectiva fez com que muitos retirassem o ensino da Geometria da Educação Básica, uma vez que os docentes não estavam capacitados para trabalharem essa nova abordagem. Esse quadro tem um progresso em 1990, com a publicação dos Parâmetros Curriculares Nacionais – PCN que trazem recomendações para o Ensino da Geometria numa perspectiva mais voltada para o cotidiano do aluno.

Ao final do trabalho, a pesquisadora reconheceu que mesmo com a conclusão das análises da pesquisa, suas inquietações a respeito do estudo da Geometria Espacial não foram sanadas, porém, as reflexões suscitadas na investigação a levaram a outro olhar, ou seja, “aquele que se volta para a importância do ensino sistematizado, [...]; mas também como o modo e o processo de ensino e de aprendizagem geométrica vêm ocorrendo nas escolas” (SILVA, 2010, p.157). Assim, com essas possibilidades para futuros pesquisadores, poderemos seguir com a nossa proposta de pesquisa.

2.4.1 A Geometria

Os primeiros estudos de geometria espacial foram registrados há dois mil anos antes de Cristo, pelos povos Mesopotâmicos. Grande parte do que se conhece atualmente a respeito da geometria espacial foram encontrados nos papiros, como, por exemplo, o “papiro de Rhind” e o “papiro de Moscou”. Em suas linhas estão descritos problemas com suas resoluções.

O “papiro de Rhind” é reconhecido como um dos documentos mais relevantes sobre os conhecimentos matemáticos egípcios, nomeado “instruções para conhecer todas as coisas secretas”. Essa escritura mostra noções sobre trigonometria, aritmética, equações, progressões e cálculo de área e volume.

No “papiro de Moscou” por ser muito antigo não é possível realizar sua leitura por completo, porém um dos problemas descritos é “Um tronco de pirâmide tem 6 cúbitos de altura, 4 cúbitos de base por dois cúbitos no topo. Qual o volume?”

A Geometria de origem egípcia está relacionada a problemas do cotidiano no que se referem à demarcação das terras após enchentes do rio Nilo para o plantio, ou seja,

Sem marcos fronteiros, os agricultores e administradores de templos, palácios e demais unidades produtivas fundadas na agricultura não tinham referência clara do limite das suas possessões para poderem cultivá-las e pagarem os impostos devidos. Os antigos faraós resolveram passar a nomear funcionários, os agrimensores, cuja tarefa era avaliar os prejuízos das cheias e restabelecer as fronteiras entre as diversas posses. Foi assim que nasceu a geometria. Estes agrimensores acabaram por aprender a determinar as áreas de lotes de terreno dividindo-os em retângulos e triângulos. (BRAZ, 2009, p.9)

Já Grécia, os estudos geométricos tiveram seu início em 500 a.C., contudo, somente em 600 a.C. obtiveram grandes avanços com Thales de Mileto, que foi ao Egito calcular a altura da pirâmide a partir das medidas de sua projeção (sua sombra). Porém, o primeiro a expor a Geometria de forma dedutiva foi Euclides quando escreveu “Os Elementos”, e com isso a Geometria passou a ser estudada como um ramo da matemática.

Ainda na Grécia, tivemos dois grandes estudiosos da Geometria, Pitágoras e Platão, que ligavam o estudo da geometria espacial ao estudo da religião e da metafísica. Pitágoras dedicou-se ao tetraedro, o cubo, o dodecaedro e as esferas. Já Platão supunha que a existência de tudo estava relacionada ao cubo (terra), o tetraedro (fogo), o octaedro (ar), o icosaedro (água) e o dodecaedro (elemento que permearia todo o Universo) – os chamados cinco sólidos perfeitos.

Passamos pela Idade Média e Renascimento, períodos em que os estudos sobre geometria espacial foram retomados por Leonardo Fibonacci (1170-1240) quando em 1220, escreve a “*Practica Geometria*”, um conjunto sobre Trigonometria e Geometria que fez a interpelação das teorias de Euclides e um análogo tridimensional do teorema de Pitágoras.

Os estudiosos René Descartes (1596-1650) e Pierre de Fermat, (1601-1665) revolucionaram no século XVII ao reduzirem a geometria à álgebra, ao substituírem os pontos de um plano por pares de números e as curvas por equações.

No século XIX surgiu uma nova geometria, a não euclidiana, na qual vários estudiosos tentaram demonstrar o quinto postulado de Euclides. O primeiro na tentativa foi Johann Carl Friedrich Gauss (1777- 1875) que tentou comprovar o quinto postulado de Euclides utilizando o método da redução por absurdo.

Da mesma maneira que Gauss, Wolfgang Boylai (1775 - 1856) e seu filho Johann Boylai (1802 - 1860) também se dedicaram a realizar a demonstração do quinto postulado de Euclides e em 1820, J. Boylai nega o quinto postulado e chega a duas possibilidades: 1ª Não existe qualquer reta paralela a uma reta dada passando por um ponto fora desta reta e 2ª Existe mais de uma reta paralela a uma reta dada passando por um ponto. Logo, a primeira possibilidade é eliminada devido à existência de retas paralelas serem consequência dos quatro primeiros postulados de Euclides.

Continuando os estudos, em 1826 o russo Nikolai Ivanovich Lobachewsky (1792 - 1856) nega o quinto postulado demonstrando que por um ponto exterior a uma reta, passa mais do que uma paralela.

Finalizando o alemão David Hilbert (1862-1943) realizou um estudo de todas as novidades acrescentadas à matemática e fez uma grande reforma reescrevendo a geometria.

Em tempos atuais, encaramos a geometria como um ramo da Matemática que se dedica as formas planas e espaciais e reconhecemos que a Geometria sempre gerou dificuldades em seu aprendizado dentro da sala de aula.

No ensino da matemática as aulas na maioria do tempo são expositivas, com o professor sendo o ator principal e o aluno um mero espectador. Segundo D'Ambrósio (1989), essa maneira de repassar os conhecimentos Matemáticos faz com que os alunos creiam que:

[...] aprendizagem de matemática se dá através de um acúmulo de fórmulas e algoritmos. Aliás, nossos alunos hoje acreditam que fazer matemática é seguir e aplicar regras. Regras essas que foram transmitidas pelo professor.

[...]

Em nenhum momento no processo escolar, numa aula de matemática geram-se situações em que o aluno deva ser criativo, ou onde o aluno esteja motivado a solucionar um problema pela curiosidade criada pela situação em si ou pelo próprio desafio do problema. Na matemática escolar o aluno não vivencia situações de investigação, exploração e descobrimento. (D'AMBROSIO, 1989, p.1-2)

Acreditamos que a utilização da Modelagem Matemática no ensino da Geometria Espacial possa contribuir no processo de ensino aprendizagem. A nossa investigação seguiu ao encontro das dificuldades dos alunos em compreender os conceitos geométricos, objetivando principalmente, aplicar uma metodologia de ensino alternativa que possa contribuir com o processo de apropriação do conhecimento matemático. A seguir, trataremos dos procedimentos teóricos e metodológicos.

3 METODOLOGIA

3.1 A ESCOLHA DA PESQUISA QUALITATIVA

Diante da conjuntura de nossa investigação, elegemos a abordagem qualitativa e participativa por considerar que ela seja o trajeto para buscar entender o processo de ensino e aprendizagem, sendo classificada como estudo de caso.

Segundo Yin (2010), o estudo de caso é determinado como uma pesquisa empírica que averigua um fenômeno dentro de seu contexto da vida real, principalmente quando os limites entre o contexto e o fenômeno não estão claramente definidos. O autor reforça ainda que seu direcionamento é dado na obtenção de uma descrição e compreensão completas das relações dos fatores em cada caso, sem contar o número de envolvidos.

Consentimos também com Bogdan e Biklen (1994), ao concluir que o termo investigação qualitativa é definida “como um termo genérico que agrupa diversas estratégias de investigação que partilham determinadas características”, destacando ainda que “nem todos os estudos considerados qualitativos patenteiam essas características com igual eloquência”.

Entretanto, para esses pesquisadores, é muito relevante a observação de algumas particularidades que servirão de fundamento à metodologia de pesquisa utilizada em nosso trabalho:

1. Na investigação qualitativa, a fonte direta de dados é o ambiente natural, constituindo o investigador o instrumento principal;
2. A investigação qualitativa é descritiva;
3. Os investigadores qualitativos interessam-se mais pelo processo do que simplesmente pelos resultados ou produtos;
4. Os investigadores qualitativos tendem a analisar os dados de forma intuitiva;
5. O significado é de importância vital na abordagem qualitativa (BOGDAN e BIKLEN, 1994, p.47-51).

Todavia, não podemos abordar todas essas características, assim como também não podemos seguir um único caminho. O investigador é livre para escolher e explorar os melhores caminhos dentro do processo que os levem ao alcance do seu objetivo. Concordamos com Bogdan e Biklen (1994) quando afirmam que o objetivo principal, que um investigador deve ter, é melhor compreender o comportamento e a experiência humana:

Eles procuram compreender o processo pelo qual as pessoas constroem significados e descrevem o que são aqueles significados. Usam observação empírica por que é com eventos concretos do comportamento humano que os investigadores podem pensar mais clara e profundamente sobre a condição humana (BOGDAN e BIKLEN, 1998, p.38).

Outros dois autores que também concordamos são Ludke e André (2013) que acreditam que o investigador deve pautar sua atuação como elo entre o conhecimento construído e as novas evidências que serão estabelecidas diante das escolhas feitas para as análises durante a pesquisa e que influenciam diretamente as decisões do investigador. Logo, através das referências escolhidas, o investigador poderá identificar e interpretar os resultados e, assim, apresentar as conclusões.

Enxergamos em Barbosa (2002), conformidades com Bogdan e Biklen (1994) quanto às pesquisas qualitativas. Para ele, a pesquisa qualitativa faz parte das pesquisas no campo da Educação e da Educação Matemática; além disto, essa metodologia possui algumas características que ocasionam a sua frequente utilização.

Dessa maneira, considerando o cenário e o contexto de nossa pesquisa, então, confiamos estar justificada nossa opção pela abordagem qualitativa.

3.2 PESQUISA BIBLIOGRÁFICA, ESTADO DA ARTE

O trabalho teve início com uma pesquisa sobre o “estado da arte” da temática escolhida no banco de teses e dissertações da CAPES, relacionados à Modelagem Matemática. Dessa pesquisa, resultou no artigo que foi publicado na Revista Eletrônica Itinerarius Reflectionis da Universidade Federal do Goiás em março de 2019, figura 1.

Figura 1 Layout da Revista Eletrônica



Fonte: Autoria própria

3.3 A PESQUISA DE CAMPO

A pesquisa de campo foi realizada no 2º semestre letivo de 2018, por meio de uma intervenção pedagógica em duas turmas de 3º ano do Curso Técnico em Agropecuária, com total de 51 alunos, durante duas aulas, com periodicidade semanal, do IFPA Campus Marabá Rural, localizado na Zona Rural de Marabá – Pará.

Vale ressaltar que o ensino no Campus Marabá Rural é organizado em Tempos Escola e Tempos Comunidade, vivenciando assim a pedagogia da alternância.

A pesquisa de campo foi dividida em três momentos. O Primeiro com o objetivo de Conhecer o público alvo da pesquisa; Analisar o calendário e Planejar as aulas do Tempo Escola com os conteúdos sólidos geométricos; Elaborar exercícios de fixação demonstrando as aplicabilidades no cotidiano dos alunos.

O segundo momento foi reservado para a execução da metodologia proposta: A utilização da Modelagem Matemática como estratégia de ensino de Geometria Espacial no 3º ano do Ensino Médio.

Nas primeiras aulas, foram ministrados os conteúdos: Noções/Definição dos sólidos geométricos; Cálculo de área das superfícies e Volume dos sólidos geométricos. Começamos com a apresentação das aplicabilidades da Geometria espacial na realidade de campo/vida dos alunos. Nas aulas foram utilizados materiais concretos para estimular a visão tridimensional dos alunos em relação aos sólidos geométricos.

E por fim, o terceiro momento foi para a execução da atividade de modelagem matemática, na qual optamos em seguir os cinco passos sugeridos por Burak, que são: 1) escolha do tema; 2) pesquisa exploratória; 3) levantamento dos problemas; 4) resoluções dos problemas e o desenvolvimento da Matemática relacionada ao tema; 5) análise crítica da solução.

A atividade foi intitulada de “**As Formas Geométricas do nosso *Campus***”, consistiu em um projeto de trabalho onde abordamos conteúdos de Geometria Espacial, sendo que os alunos em grupos de 4 pessoas tiveram como tarefas:

- Identificar cinco exemplos de formas geométricas encontradas na estrutura física do Campus Marabá Rural, com seus respectivos nomes;
- Escolher um dos cinco exemplos para:
 - Calcular a área da superfície;
 - Calcular o volume;

- Fazer planificação desse prisma de forma proporcional, utilizando as figuras do livro didático do 3º ano para auxiliá-los;
- Reproduzir (recortar e colar a planificação feita anteriormente);
- Calcular a área e o volume do prisma que o grupo reproduziu e comparar os resultados com os do exemplo real.

O trabalho foi dividido em duas partes, a escrita e a apresentação oral. Sobre a parte escrita o grupo deveria escrever os nomes e os elementos dos cinco exemplos pesquisados, além de inserir fotografias das figuras. Posteriormente, com o exemplo escolhido deveriam elaborar e responder uma questão sobre área da superfície e volume do prisma.

As questões elaboradas pelos alunos foram respondidas em sala de aula como revisão para prova e algumas dessas questões estiveram presentes na prova escrita que foi aplicada no último dia do Tempo escola.

Ao final da apresentação oral dos grupos, foi aplicado um **Questionário de Avaliação da Atividade “As formas Geométricas do nosso *Campus*”** para auxiliar-nos na validação da pesquisa.

Os três momentos da pesquisa de campo tiveram como finalidade alcançar os objetivos traçados que foram: Identificar e analisar as possíveis contribuições da Modelagem Matemática para o ensino da Geometria Espacial no 3º ano do Ensino Médio de uma unidade de ensino da zona rural; Motivar os alunos a participarem das aulas de matemática, dando um significado especial aos conteúdos, oferecendo condições para que compreendam e se apropriem deles, para que assim tenham uma melhor compreensão do meio onde vivem, participando e agindo para a transformação, para assim chegarmos à solução do nosso problema de investigação.

4 MODELAGEM MATEMÁTICA COMO ESTRATÉGIA PARA O ENSINO DE GEOMETRIA ESPACIAL NO 3º ANO DO ENSINO MÉDIO DA ZONA RURAL DE MARABÁ-PA

4.1 HISTÓRICO E CARACTERÍSTICAS DA COMUNIDADE ONDE O CAMPUS ESTÁ INSERIDO

Os trabalhadores rurais do Movimento Sem Terra concretizaram seus sentimentos causados pela morte dos militantes Oralício Araújo Barros e Valentim Serra, em 26 de março de 1998, em forma de ocupação de um dos maiores latifúndios do sul do Pará.

Após um ano, em 26 de março de 1999, a ocupação ganhou força com várias famílias se juntando na ocupação que viria a se tornar o primeiro assentamento com licença ambiental no Pará.

Atualmente, o Assentamento 26 de Março possui 206 famílias e é historicamente a primeira criação realizada por meio da influência da Emenda Constitucional (PEC) 438/2001, que trata da apreensão de terras escravagistas.

Após a criação do Assentamento 26 de Março, no ano de 2008, ocorre também o reconhecimento da Escola Carlos Marighella localizada no próprio assentamento, no ano de 2009.

Contudo, observou-se que a partir da institucionalização, pela gestão municipal de Marabá, da Escola Municipal Carlos Marighella com nomeação de profissionais (Diretores e Professores) concursados que não detinham relação alguma com o Movimento Sem Terra e consequentemente com a sua filosofia, resultou em uma desconstrução da proposta de educação do campo praticada até o momento.

Os descontentamentos com ensino médio modular (novo sistema de ensino adotado), por não manter um diálogo direto com os alunos do assentamento é evidente, uma vez que os professores não obtêm uma capacitação para atuar com esse público específico, ignorando sua vivência, sua expectativa, seu conceito de sociedade, e sua forma de perceber a educação.

O ensino médio modular contrapõe com a educação do campo antes praticada pelo Movimento Sem Terra no assentamento, uma vez que há um afastamento das experiências adquiridas pelos assentados no campo das ações escolares.

Somente após muitos anos de reivindicações, com a Lei estadual nº 7.806 de 29 de abril de 2014, o ensino médio modular foi transformado em política pública de educação do campo do Estado do Pará.

4.2 DESCRIÇÃO DO IFPA CAMPUS MARABÁ RURAL

O Campus Marabá Rural, do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Pará, localiza-se a 25 km da sede do município de Marabá, na Rodovia BR 155, sentido Eldorado dos Carajás, em uma área de 354 ha. É sucessor da então Escola Agrotécnica Federal de Marabá, autarquia federal criada pela Lei nº 11.534 de 25/10/2007. A sua localização foi estrategicamente definida para estabelecer forte integração com um projeto de assentamento, chamado PA 26 de março, como forma de contribuir com o Programa Nacional de Reforma Agrária, especialmente no tocante à formação de profissionais, à geração e à difusão de conhecimentos e tecnologias para atender à demanda da agricultura familiar e comunitária.

No Campus Marabá Rural é trabalhado os seguintes eixos tecnológicos: Recursos Naturais, Controle e Processos Industriais, Informação e Comunicação. Tais eixos expressam-se na oferta de cursos técnicos de nível médio (na forma de ensino articulada e subsequente), de cursos de licenciatura e de cursos de pós-graduação *lato sensu*.

O campus Marabá Rural encontra-se inserido na região sudeste paraense e os municípios sob sua área de abrangência são: Abel Figueiredo, Bom Jesus do Tocantins, Brejo Grande do Araguaia, Dom Eliseu, Itupiranga, Jacundá, Marabá, Nova Ipixuna, Palestina do Pará, Piçarra, Rondon do Pará, São Domingos do Araguaia, São Geraldo do Araguaia e São João do Araguaia.

Vale ressaltar que o ensino no Campus Marabá Rural é organizado em Tempos Escola e Tempos Comunidade, vivenciando assim a pedagogia da alternância, que vem para fortalecer a educação do campo na região.

4.2.1 Pedagogia da Alternância

A Pedagogia da Alternância é uma forma de organização do ensino escolar que atua na combinação de diferentes momentos e espaços formativos com o objetivo de alcançar uma formação profissional.

Essa maneira de organização do ensino tem seu histórico iniciado em 1935 na França, quando um grupo de agricultores idealizava um modelo educacional que atendessem as especificidades do povo do campo. Os agricultores tinham o desejo de conquistar uma educação escolar voltada para a profissionalização das atividades rurais, que fosse realizada

de acordo com o calendário agrícola e ao mesmo tempo possibilitasse o desenvolvimento socioeconômico da região.

Os agricultores planejaram e organizaram o ensino em dois momentos alternados, chamados de tempo-escola e tempo comunidade. No tempo-escola os alunos seriam mantidos em regime de internato, no qual o professor transmitiria o conhecimento; no tempo-comunidade, os alunos praticariam em suas propriedades rurais os conhecimentos adquiridos na escola (NOSELLA, 1977; PESSOTTI, 1978; ESTEVAM, 2003; MAGALHÃES, 2004).

Em outras palavras, considera-se Pedagogia da Alternância a metodologia capaz de associar distintos espaços e tempos formativos, revezando momentos de atividade escolar e momentos de atividade no local de vivência do aluno, usufruindo das experiências reais dos alunos, sejam elas social ou profissional. Dessa maneira, corrobora Silva (2006, p. 6), “a alternância, enquanto princípio pedagógico, mais que característica de sucessões repetidas de sequências, visa desenvolver na formação dos jovens situações em que o mundo escolar se posiciona em interação com o mundo que o rodeia”.

A Pedagogia da Alternância começou a ser praticada no Brasil em 1969 com a criação de três escolas com a finalidade de suprir as necessidades dos filhos de agricultores do Espírito Santo - foram elas: Escola Família Rural de Alfredo Chaves, Escola Família Rural de Rio Novo do Sul e Escola Família Rural de Olivânia.

A posteriori veio a criação da Escola Família Agrícola (EFA) conquista atribuída novamente à organização de agricultores que almejavam manter o jovem formado no campo, e também “conscientizá-lo de sua função política junto à história do seu grupo social” (SILVA, 2006, p. 5).

Nos anos atuais o Brasil possui várias experiências de Educação do Campo que praticam a Pedagogia da Alternância. Os pesquisadores da área ao se referirem às escolas que se organizam dessa forma chamam de Centros Familiares de Formação por Alternância (CEFFAs), contando o país com 263 CEFFAs (UNEFAB, 2010) em funcionamento, em todas as regiões.

A Pedagogia da Alternância destaca a atuação das famílias e das comunidades no comando do projeto pedagógico e também na administração dos Centros Familiares de Formação por Alternância. Em síntese, considera-se um método que favorece a atuação de todos os envolvidos – os alunos, os professores, a família e os demais envolvidos na comunidade.

Na realidade, a Pedagogia da Alternância acredita que o aluno é o protagonista de sua formação, isso significa que a proposta inicia-se a partir da experiência real do aluno, em

seguida problematiza-se e reflete-se sobre sua realidade, com o objetivo de alcançar uma transformação. Com isso, podemos apontar uma semelhança entre a Pedagogia da Alternância e a Modelagem Matemática com o que alguns estudiosos do método da Modelagem Matemática.

Ao analisar os princípios educativos dos Centros Familiares de Formação por Alternância, João Batista Begnami é objetivo ao ressaltar que na Pedagogia da Alternância “o processo de aprendizagem opera a partir da realidade observada e refletida e a ela retorna com o compromisso de intervir e buscar soluções para os problemas que a realidade apresenta” (BEGNAMI, 2006, p. 36).

Outra característica da Pedagogia da Alternância é considerar a capacidade de articular a teoria e a prática como ponto essencial na formação do sujeito. Lembrando, mesmo que de costume as teorias surjam anteriormente às práticas, a atividade prática pode ser inspiração de novas teorias. Dessa forma, as relações entre teoria e prática sucedem em um processo em que, pode passar da teoria à prática ou da prática à teoria.

Por último, vale ressaltar a característica mais relevante da Pedagogia da Alternância: Se a realidade retrata-se como multideterminada e tendo em vista que a formação em alternância prevê a relação entre o aluno e a realidade, então a visão de aprendizagem que norteia a Pedagogia da Alternância se associa muito do processo de ensino aprendizagem que utiliza Modelagem Matemática.

4.3 UMA INTERVENÇÃO PEDAGÓGICA NO IFPA CAMPUS MARABÁ RURAL – RELATO DE UMA EXPERIÊNCIA

4.3.1 Primeiro Tempo Escola

A pesquisa de campo foi aplicada durante o estágio obrigatório do Programa de Pós-graduação e teve como base o Plano de Atividades Programadas, apresentado no ato da matrícula do componente curricular, porém, algumas atividades foram adequadas conforme a necessidade dos alunos em ambas as turmas acompanhadas.

No primeiro momento, compreendido no período de 14 a 21 de agosto de 2018, as atividades seguiram sem alteração alguma, conforme tabela 2:

Tabela 2 Plano de Atividades do Estágio Supervisionado

Data	Atividades
14/08	Apresentação do Plano de Estágio para a Diretora de Ensino Substituta e Professora de Matemática do IFPA Campus Marabá Rural – Mirian Santos. Conhecer as turmas “A” e “B” de 2015 (3º ano) do Curso Técnico Integrado em Agropecuária.
16 a 17/08	Analisar o calendário das aulas com seus respectivos conteúdos e Planejar as aulas do 2º semestre dividido em três tempos escola
20 a 21/08	Construção de exercícios com o conteúdo de sólidos geométricos para demonstração de aplicabilidade na realidade dos alunos.

Fonte: Organização Própria

No segundo momento, ocorreu a intervenção pedagógica de fato, com o planejamento, execução e avaliação da metodologia proposta: A utilização da Modelagem Matemática como estratégia de ensino de Geometria Espacial no 3º ano do Ensino Médio.

A escolha do conteúdo não foi realizada de forma aleatória, aproveitamos o momento para investigar se a utilização de uma metodologia de ensino alternativa contribuiria para o sucesso no processo de ensino aprendizagem do conteúdo que iria ser trabalhado no 2º semestre letivo de 2018 nas turmas do 3º ano do Curso Técnico em Agropecuária Integrado ao Ensino Médio.

Nas primeiras aulas, em ambas as turmas foram ensinadas o conteúdo de Geometria Espacial: Noções/Definição dos sólidos geométricos; Cálculo de área das superfícies e Volume dos sólidos geométricos. Começamos com a apresentação das aplicabilidades da Geometria espacial na realidade de campo/vida dos alunos, conforme podemos demonstrar nas figuras a seguir.

Figura 2 Apresentação da Aula de Geometria Espacial



Fonte: SANTOS (2018)

Nesse exemplo de aplicabilidade, Figura 2, mostramos que a colméia de abelhas é constituída de vários hexágonos e os alunos fizeram a reflexão sobre as vantagens de a colméia ter esse formato. Como, por exemplo, teve um aluno que comentou: “esse formato de hexágono ajuda a estrutura ser mais forte e não quebrar com facilidade”, já outro aluno disse: “esse formato de hexágono aproveita mais o espaço, já pensou se fosse círculo? Iriam existir pequenos espaços entre eles que iriam ser desperdiçados”.

E, assim, a aula foi fluindo com os alunos sendo participantes da construção do conhecimento, juntamente com o professor.

Já na Figura 3, o pedreiro está fazendo um contra piso e lembramos que para o piso ficar bem alinhado é necessário que o pedreiro tenha como base três pontos no mesmo plano.

Nesse momento, vários alunos informaram que em suas famílias tinham parentes que exerciam essa atividade profissional, mas que nunca conseguiram fazer essa ligação entre a profissão de pedreiro e aplicação do conteúdo de geometria plana. Isso nos mostra que as dificuldades de aprendizagem da geometria vêm desde o ensino fundamental, e precisamos revisar o conteúdo de geometria plana para que possamos avançar na geometria espacial.

Figura 3 Apresentação da Aula de Geometria Espacial



Fonte: SANTOS (2018)

Nessa terceira aplicação, Figura 4, podemos identificar formas geométricas em variados objetos: no formato do queijo, na melancia, na estrutura da horta. A intenção foi despertar o aluno para identificação das formas geométricas encontradas em seus meio de vivência, o campo.

Figura 4 Apresentação da Aula de Geometria Espacial



Fonte: SANTOS (2018)

Para aprofundarmos um pouco mais sobre a estrutura da horta, Figura 5, contamos um pouco da origem do jardim pirâmide, uma alternativa usada pelo canadense Allan Murr para produzir hortaliças hidropônicas aproveitando o pouco espaço que existia em sua casa. Utilizando-se da história da Matemática para estimular discussões e despertar a curiosidade dos alunos em aprender o conteúdo.

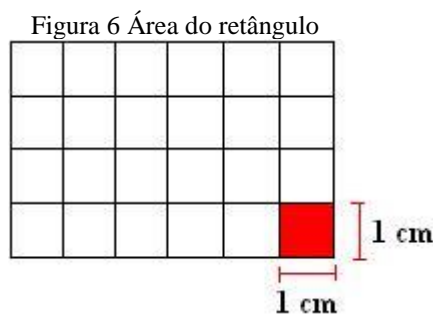
Figura 5 Apresentação da Aula de Geometria Espacial



Fonte: SANTOS (2018)

Após demonstrarmos algumas situações problemas envolvendo a geometria espacial, percebemos que seria necessário realizar uma revisão da geometria plana para obtermos sucesso na aprendizagem do conteúdo pretendido.

Iniciamos com o cálculo da área do retângulo, utilizamos a Figura 6 para melhor compreensão.



Fonte: <https://mundoeducacao.bol.uol.com.br/matematica/area-retangulo.htm>

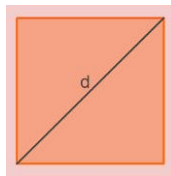
Solicitamos que os alunos contassem com quantos quadrados era formado o comprimento e, após, quantos formavam a largura e, em seguida, realizassem a multiplicação dos números encontrados, ao final, os alunos perceberam que o resultado da multiplicação dessas medidas era exatamente a quantidade de quadradinhos que o retângulo possuía. Logo, chegaram à fórmula da área do retângulo:

$$A = b \cdot h \quad (4.1)$$

Prosseguimos com o mesmo raciocínio e chegamos à área do quadrado, destacamos o quadrado vermelho da situação anterior e estimulamos os alunos a pensarem na diagonal, porém apenas em uma, conforme figura 7, e logo identificaram a formação de dois triângulos. Passamos a analisar os triângulos e relembramos que se tratava de triângulos retângulos, pois existia a formação do ângulo de 90°. Com isso, aproveitamos para relembrar o Teorema de Pitágoras:

$$a^2 = b^2 + c^2 \quad (4.2)$$

Figura 7 Área do quadrado



Fonte: <https://mundoeducacao.bol.uol.com.br/matematica/diagonal-quadrado.htm>

Aplicamos o teorema, considerando $a =$ a diagonal do quadrado, e conseguimos calcular a área do quadrado utilizando a medida da sua diagonal, conforme a fórmula:

$$A = d^2 / 2 \quad (4.3)$$

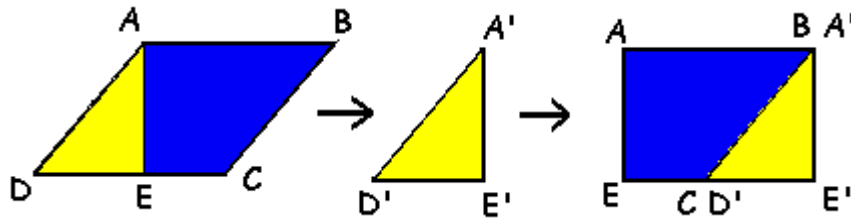
Finalmente, para fixar melhor a revisão, passamos uma lista de questões.

Retomamos com a demonstração de como calcular a área de um triângulo somente com as medidas dos lados (a, b, c), assim tivemos que entrar no conceito de semi-perímetro e chegamos até a Fórmula de Herão:

$$A = \sqrt{p \cdot (p-a) \cdot (p-b) \cdot (p-c)} \quad (4.4)$$

Posteriormente, passamos pela área do triângulo equilátero, logo em seguida, passamos à área do paralelogramo, mostrando que retirando o triângulo formado por um de seus lados oblíquos (parte amarela da figura 8) e encaixando do outro lado, obteríamos um retângulo e assim os alunos concluíram que a fórmula para calcular a área seria a mesma utilizada no retângulo.

Figura 8 Área do paralelogramo

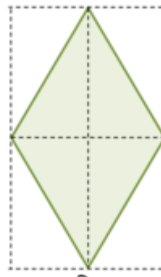


Fonte: http://www2.mat.ufrgs.br/edumatec/atividades_diversas/ativ25/CabriJava/par.htm

Passamos para o losango, após desenhar a figura 9 no quadro, estimulamos os alunos a pensar como seria a fórmula para calcular a área do losango. Então, concluíram que pontilhando as diagonais e espelhando os 4 triângulos que se formaram, chegariam em um retângulo, no qual a altura é a medida da diagonal maior e a largura é a medida da diagonal menor. Logo, a área do losango seria a metade da área do retângulo, ou seja:

$$A = D \cdot d / 2 \quad (4.5)$$

Figura 9 Área do losango

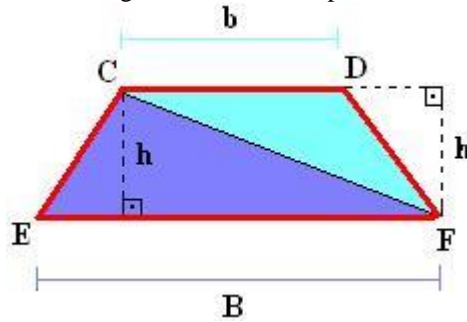


Fonte: <https://pt.wikipedia.org/wiki/Quadril%C3%A1tero>

Em seguida, falamos do trapézio, mencionando suas propriedades e desenhando a figura 10, logo perceberam que a área do trapézio seria a soma das áreas dos dois triângulos formados. Isso após completar as alturas no trapézio e dividi-lo traçando uma diagonal. Assim, a fórmula da área do trapézio é:

$$A = (B + b) \cdot h / 2 \quad (4.6)$$

Figura 10 Área do trapézio



Fonte: <https://mundoeducacao.bol.uol.com.br/matematica/area-trapezio.htm>

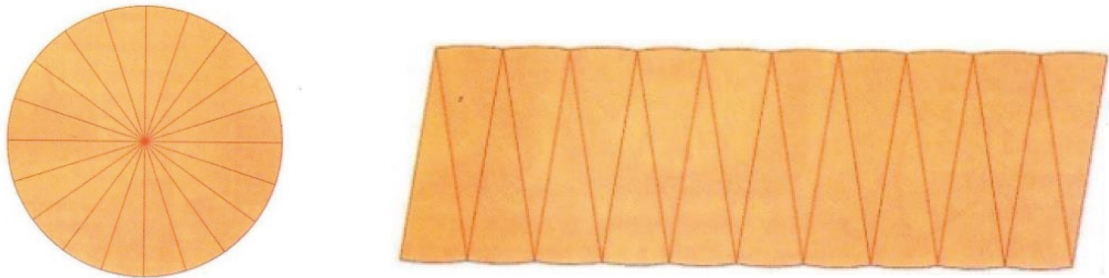
Finalizando a revisão, abordamos o cálculo da área da circunferência e para isso adotamos os desenhos da figura 11, destacando o centro, o raio e o diâmetro da circunferência e dividindo-a em várias partes iguais. Após a divisão das partes, essas foram unidas encaixadas até chegarem a uma forma que lembrava um paralelogramo, cujo comprimento equivale à metade do comprimento da circunferência, ou seja, a área do paralelogramo é:

$$A = 2\pi r / 2 * r \quad (4.7)$$

Com isso, os alunos concluíram que a área da circunferência é:

$$A = \pi r^2 \quad (4.8)$$

Figura 11 Área da circunferência



Fonte: (SOUZA; PATARO, 2012, v. 4, p. 210)

Lembrando, que ao final de cada aula foi distribuída aos alunos uma lista de questões sobre o assunto estudado para melhor fixação do conteúdo.

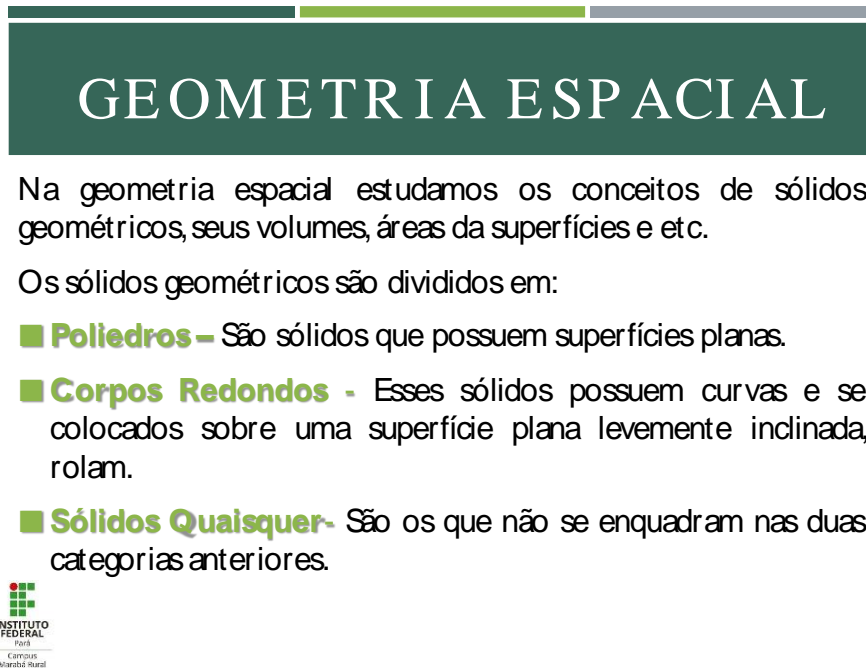
4.3.2 Segundo Tempo Escola

Iniciamos o conteúdo de geometria espacial utilizando material concreto com várias formas tridimensionais e solicitamos aos alunos que escrevessem os nomes, de acordo com o

conhecimento de cada um. Isso, com intenção de obter o conhecimento prévio dos alunos quanto aos sólidos geométrico.

Explicamos que os sólidos geométricos são classificados em “Poliedros, Corpos redondos e Sólidos quaisquer” de acordo com suas características, conforme a figura 12.

Figura 12 Apresentação da Aula de Geometria Espacial



Fonte: SANTOS (2018)

Debatemos em sala de aula algumas semelhanças entre os corpos redondos e os sólidos poliédricos como, por exemplo, o número de bases de um cilindro ser igual ao de um cubo, ou também de um cone e uma pirâmide.

Com o auxílio do material concreto (poliedros em acrílico), indicamos os seus elementos: vértices, arestas e faces. E conceituamos a Relação do Eüler:

$$V - A + F = 2 \quad (4.9)$$

Aproveitamos para retornar na situação problema apresentada no início, conforme Figura 13, para melhor compreensão do conteúdo.

Figura 13 Apresentação da Aula de Geometria Espacial

RELAÇÃO EULER

■ **Exemplo 3:** Considerando a situação problema do jardim pirâmide responda:

- a) Que tipo (corpo redondo, poliedro ou um sólido qualquer) de sólido é esse?
- b) Qual o sólido geométrico que representa essa situação problema?
- c) Considerando a figura ao lado determine a quantidade de vértices, arestas e faces.


 A relação de Euler se aplica nesse caso? Justifique.



Fonte: SANTOS (2018)

Continuamos com o auxílio dos poliedros em acrílico, apresentando poliedros de Platão e passamos a estudar os prismas. Trabalhamos o cálculo da área total de um prisma, sendo que mais uma vez, o material concreto foi essencial para que os alunos percebessem a necessidade de somar as áreas laterais com suas áreas de bases (inferior e superior), ou seja:

$$A_T = A_L + A_B \quad (4.10)$$

Igualmente, para o estudo do volume, indicamos a altura dos prismas e a área de suas bases e concluímos que o volume é obtido por meio do produto da área da base pela altura, ou seja:

$$V = A_b \cdot h \quad (4.11)$$

Mais uma vez, aplicamos a situação problema para melhor compreensão, figura 14.

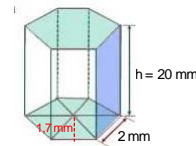
Figura 14 Apresentação da Aula de Geometria Espacial

ÁREA E VOLUME DE UM PRISMA

Vamos aplicar os conceitos estudados (área e volume de um prisma) na situação problema da colmeia.

■ **Exemplo 6:** Considerando que o formato (prisma regular de base hexagonal) e as medidas de um determinado favo de mel esteja indicado na figura abaixo determine:

- A área lateral do favo de mel.
- A área total do favo de mel.
- O volume do favo de mel.
- A capacidade dessa colmeia, considerando que a mesma possui 20 mil favos de mel.



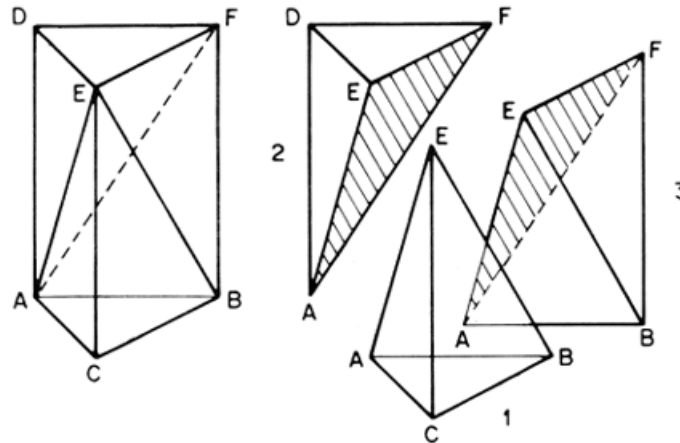
Fonte: SANTOS (2018)

Prosseguindo, entramos no estudo das pirâmides sempre utilizando material concreto. Dessa vez, utilizamos um prisma de base triangular composto de três pirâmides de papelão.

O entendimento da definição e classificação das pirâmides foi beneficiado pelo estudo anterior dos prismas. Os alunos entenderam de imediato como calculariam a área total da pirâmide através da comparação com os estudos dos prismas.

Passamos para o cálculo do volume da pirâmide, correlacionando-o com o cálculo do volume dos prismas, a manipulação das três peças de papelão facilitou a compreensão do volume da pirâmide, concluindo que seria $\frac{1}{3}$ do volume do prisma, pois o prisma era composto de três pirâmides. Abaixo a figura 15 retrata a construção do material em papelão.

Figura 15 Volume da pirâmide



Fonte: <http://www.rpm.org.br/cdrpm/13/11.htm>

Retomamos com o cálculo da área total e do volume do cilindro. Para o estudo da área total, distribuimos o molde para recorte da planificação de um cilindro, assim, os alunos com muita facilidade identificaram as duas bases circulares e a face lateral em forma de retângulo. Imediatamente, relacionaram o cálculo da área total do cilindro com a maneira de obter a área total do prisma, ou seja, a área total seria a soma das áreas das bases (inferior e superior), lembrando que as bases são iguais, com a área da lateral. Chegando, assim, na seguinte fórmula:

$$A_T = 2 \cdot A_b + A_L \quad (4.12)$$

Aproveitamos a facilidade para esmiuçar o conhecimento já adquirido por eles e, em seguida, concluímos que o volume do cilindro é a multiplicação da área da base (circular) pela altura (que seria a largura do retângulo); formalizamos o raciocínio por meio da seguinte fórmula:

$$V = A_b \cdot h \quad (4.13)$$

Lembramos a importância de relembrar as unidades de medida mais utilizadas no cálculo do volume, como, por exemplo, um decímetro que equivale a um litro e um metro cúbico que equivale a mil litros.

Continuando, conceituamos a figura do cone e seus elementos. A aula foi enriquecida mais uma vez com a manipulação da planificação da figura, o que facilitou a demonstração do cálculo da área de sua área total. Os alunos tiveram um pouco de dificuldade com o cone, pois foi percebido que a área lateral não seria nenhuma forma já conhecida por eles, no caso, um setor circular. Porém, sabiam que a área total seria a soma da área da base (círculo) e da área lateral (setor circular).

Demonstramos, conforme a figura 16, o cálculo do setor circular, chegando a fórmula:

$$A_L = \pi \cdot r \cdot g \quad (4.14)$$

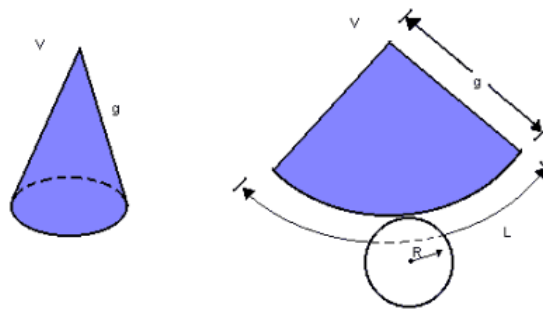
Sendo que g é a geratriz e equivale a medida da lateral do cone. Formada por qualquer segmento que tenha uma extremidade no vértice e a outra na base e pode ser calculada pela fórmula:

$$g^2 = h^2 + r^2 \quad (4.15)$$

Onde h é a altura do cone e r é o raio da base. Após a compreensão da área do setor circular, podemos concluir o cálculo da área total, colocando o πr em evidência, chegando à fórmula:

$$A_T = \pi r \cdot (g+r) \quad (4.16)$$

Figura 16 Área do cone



Fonte: <https://www.somatematica.com.br/emedio/espacial/espacial18.php>

Posteriormente, demonstramos que o volume do cone é igual ao volume do cilindro dividido por 3, ou seja:

$$V = 1/3 \cdot (\pi \cdot r^2 \cdot h) \quad (4.17)$$

Por meio desse cálculo, ensinamos o Princípio de Cavalieri – que é usado para obter fórmulas para o cálculo de volume de sólidos geométricos. Através dele é possível chegar ao volume de qualquer prisma utilizando o volume de um prisma conhecido, desde que o segundo possua a mesma altura que o primeiro e que ambos possuam áreas da base congruentes.

E finalizando o conteúdo programado, abordamos o estudo da esfera. Concluimos que o cálculo da área da superfície esférica de uma esfera de raio r é igual à área de quatro círculos de raio r . Logo, como a área de um círculo de raio r é πr^2 , a área da esfera de raio r é quatro vezes πr^2 , ou seja:

$$A_{\text{esfera}} = 4\pi r^2 \quad (4.18)$$

Já o volume da esfera é obtido por meio da seguinte constatação experimental: o volume de uma esfera de raio R é dois terços do volume de um cilindro de raio da base R e altura $h = 2R$ (cilindro equilátero). Logo, utilizando essa constatação podemos concluir que a fórmula para cálculo do volume da esfera é:

$$V_{\text{esfera}} = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot r^3 \quad (4.19)$$

Concluindo o ensino do conteúdo de geometria espacial, elaboramos listas de questões para fixar os conteúdos aplicados. E, posteriormente, seguimos para o planejamento e execução da atividade utilizando a Modelagem Matemática.

No planejamento da atividade, optamos em seguir os cinco passos sugeridos por Burak, que são: 1) escolha do tema; 2) pesquisa exploratória; 3) levantamento dos problemas; 4) resoluções dos problemas e o desenvolvimento da Matemática relacionada ao tema; 5) análise crítica da solução.

Tendo esses cinco passos como ponto de partida, a atividade foi elaborada para os alunos executarem em grupos como parte da nota avaliativa dos três tempos escola.

Terminado esse momento de planejamento, iniciamos a aula dedicada ao projeto de Modelagem. Definimos os grupos, e passamos para discutir questões relativas à execução da atividade. Os alunos se mostraram muito empolgados a sair a campo para iniciar a coleta de dados para o desenvolvimento do projeto, porém explicamos a eles que tudo deveria ser executado e registrado minuciosamente.

A atividade desenvolvida foi intitulada de “As Formas Geométricas do nosso *Campus*”, consistiu em um projeto de trabalho em que abordamos conteúdos de Geometria Espacial, sendo que os alunos em grupos de 4 pessoas tinham como tarefas:

- Identificar cinco exemplos de formas geométricas (prisma reto e oblíquo), com seus respectivos nomes;
- Escolher um dos cinco exemplos para fazer o seguinte:
 - Calcular a área de sua superfície;
 - Calcular o Volume;
 - Fazer planificação desse prisma de forma proporcional, utilizando as figuras do livro didático do 3º ano das páginas 263 a 266 para auxiliá-los;
 - Reproduzir (recortar e colar a planificação feita anteriormente);
 - Calcular a área e o volume do prisma que o grupo reproduziu e comparar os resultados com os do exemplo real.

O trabalho foi dividido em duas partes, a escrita e a apresentação oral, sendo a apresentação no 3º tempo escola. Sobre a parte escrita o grupo deveria escrever os nomes e os elementos dos cinco exemplos pesquisados, além de inserir fotografias das figuras. Posteriormente, com o exemplo escolhido deviriam elaborar e responder uma questão sobre área da superfície e volume desse prisma. Na avaliação do trabalho, atribuímos o valor de 2,0 pontos e foi previsto um bônus de 40% na nota para o grupo que escolhesse um prisma com base não quadrangular.

As questões elaboradas pelos alunos em ambas as turmas foram reescritas para melhor compreensão de todos, analisadas e respondidas em sala de aula como revisão para prova.

4.3.3 Terceiro Tempo Escola

Iniciamos esse último tempo escola com os grupos executando a atividade de Modelagem Matemática, visitando os locais das figuras geométricas escolhidas para o andamento do trabalho, momento esse chamado de pesquisa exploratória, segundo Burak. Os dados coletados foram registrados por meio de fotos e registro escrito. Lembrando, que acompanhamos os alunos nos locais, somente como responsáveis, contudo sem interceder na atividade.

Posteriormente, informamos que teríamos um momento para sanar as dúvidas com relação aos conteúdos para resolução das questões matemáticas elaboradas por cada grupo. Foi um momento que requereu bastante tempo, visto que havia muitas dúvidas em todos os grupos. Em seguida, partimos para o momento de apresentação dos trabalhos.

Conforme já havíamos definido, cada grupo teve 20 (vinte) minutos para apresentação de sua figura, relatando para os demais alunos, os pontos investigados, a maneira como foi realizada a pesquisa de campo e as questões elaboradas, utilizando para isso maquetes e fotos dos locais de escolhidos.

Exporemos agora, os 4 (quatro) grupos que se sobressaíram entre as duas turmas.

1º grupo

Figura 17 Registro da atividade de modelagem matemática



Fonte: Arquivo da pesquisadora

Figura 18 Sólido geométrico produzido pelos alunos



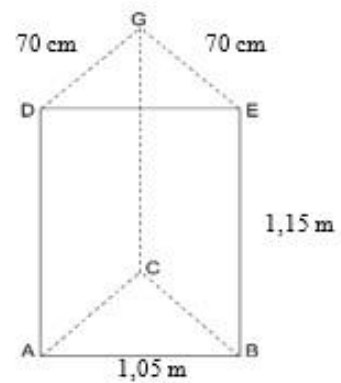
Fonte: Arquivo da pesquisadora

O primeiro grupo elaborou a seguinte questão: A estrutura de um telhado tem o formato de um prisma reto de base triangular. Conforme representado na figura 19.

Determine:

1. A área da base desse prisma;
2. A área lateral desse prisma;
3. A área da superfície do prisma;
4. O volume do prisma.

Figura 19 Figura da questão elaborada pelo grupo 1



Fonte: Grupo 1

Este grupo decidiu investigar através da questão os seguintes itens: 1) área da base; 2) área lateral assim descobriria quanto de hortaliças caberia no espaço; 3) área da superfície total; 4) o volume do prisma formado pelo telhado. Outra questão surgida foi sobre a quantidade de palha para fazer a cobertura do telhado dessa horta. Os alunos usaram as medidas reais colhidas em campo e elaboraram a questão com tamanhos proporcionais ao real.

Durante a apresentação, exploramos a questão da definição de prisma e se a parte retangular não seria a base. Após uma aluna relembrar o conceito de prisma, concluímos que a figura do telhado é um sólido de bases iguais e que suas laterais são retângulos.

Em relação ao detalhe da quantidade de palha para cobertura que gostariam de investigar, questionamos como fariam para obter o resultado. Os alunos responderam que poderiam calcular quantas palhas seriam necessárias para cobrir um metro quadrado e depois calculariam a área do telhado (no caso, duas laterais do prisma) e finalizariam multiplicando os dados obtidos.

Respostas

1. Dados: base triangular

$$A_{\text{base}} = b * h / 2$$

$$A_{\text{base}} = 1,05 * 0,46300 / 2$$

$$\mathbf{A_{base} = 0,2430m^2}$$

$$a^2 = b^2 + c^2$$

$$(0,7)^2 = h^2 + (0,525)^2$$

$$h^2 = 0,49 - 0,275625$$

$$h = 0,46300m$$

2. Dados: 3 laterais retangulares

$$A_1 = b * h$$

$$A_1 = 1,05 * 1,15$$

$$A_1 = 1,2075m^2$$

$$A_2 = 1,15 * 0,7$$

$$A_2 = 0,805m^2$$

$$A_3 = 0,805m^2$$

$$\mathbf{A_{lateraltotal} = 2,8175m^2}$$

3. $A_{\text{superfície}} = A_{\text{lateraltotal}} + A_{\text{bases}}$

$$A_{\text{superfície}} = 2,8175 + 2 * 0,2430$$

$$\mathbf{A_{superfície} = 3,3035m^2}$$

4. $\text{Volume} = A_{\text{base}} * h$

$$\text{Volume} = 0,2430 * 1,15$$

$$\mathbf{\text{Volume} = 0,27945m^3}$$

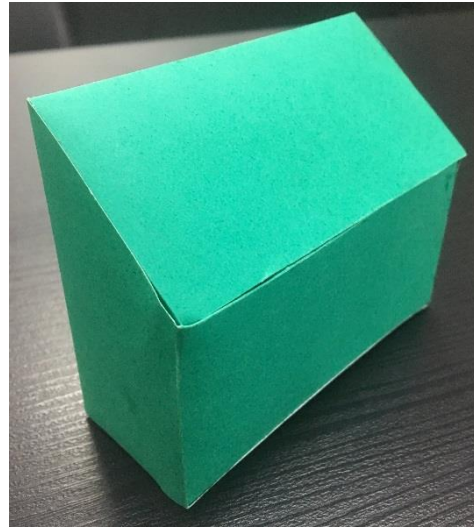
2º grupo

Figura 20 Registro da atividade de modelagem matemática



Fonte: Arquivo da Pesquisadora

Figura 21 Sólido geométrico produzido pelos alunos

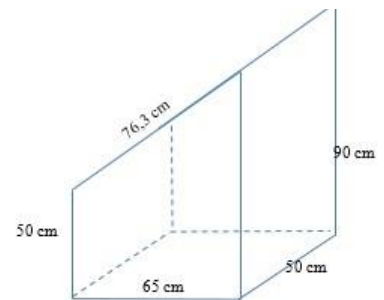


Fonte: Arquivo da Pesquisadora

O segundo grupo elaborou a seguinte questão: A Pedra Monumental do Campus Marabá Rural lembra um Prisma.

1. Que nome se dá a esse Prisma?
2. Quantas Arestas, Vértices e Faces tem esse Prisma?
3. Qual o Volume desse Prisma? Considere que a base desse prisma um Trapézio Retângulo.

Figura 22 Figura da questão elaborada pelo grupo 2



Fonte: Grupo 2

4. Para pintar a pedra monumental (exceto a parte da placa) foram necessárias duas demãos de tinta. Se o rendimento de um galão de tinta de 3,6 litros equivale a uma demão de 76 m². Quantos % do galão será necessário para a pintura?

Este grupo decidiu explorar a nomenclatura e os elementos da figura geométrica escolhida, assim como também seu o volume da figura geométrica.

O grupo no item 4, além de abordar o cálculo da área e do volume do sólido geométrico, envolveram também o conteúdo de razão e proporção no cálculo da quantidade de tinta necessária para a pintura da pedra monumental.

Respostas

1. **Prisma de base Trapézio Retângulo**

2. O prisma contém **6 faces e 8 vértices**

$$V - A + F = 2$$

$$8 - A = 2 - 6$$

$$8 + 6 - 2 = A$$

$$\mathbf{A = 12 arestas}$$

3. $A_{\text{trapézio}} = (B + b) * h / 2$

$$A_{\text{trapézio}} = (0,9 + 0,5) * 0,65 / 2$$

$$A_{\text{trapézio}} = 0,455\text{m}^2$$

$$\text{Volume} = A_{\text{base}} * h$$

$$\text{Volume} = 0,455 * 0,50$$

$$\mathbf{\text{Volume} = 0,2275\text{m}^3}$$

4. $A_{\text{lateral1e2}} = A_{\text{trapézio}} * 2$

$$A_{\text{lateral1e2}} = 0,455 * 2$$

$$A_{\text{lateral1e2}} = 0,91\text{m}^2$$

$$A_{\text{lateral3}} = b * h$$

$$A_{\text{lateral3}} = 0,50 * 0,50$$

$$A_{\text{lateral3}} = 0,25\text{m}^2$$

$$A_{\text{lateral4}} = b * h$$

$$A_{\text{lateral4}} = 0,50 * 0,90$$

$$A_{\text{lateral4}} = 0,45\text{m}^2$$

$$A_{\text{lateraltotal}} = 0,91 + 0,25 + 0,45$$

$$A_{\text{lateraltotal}} = 1,385\text{m}^2$$

$$\text{Duas demãos} = 2,77\text{m}^2$$

$$76 \quad 100\%$$

$$2,77 \quad X$$

$$\mathbf{X = 3,64\% \text{ do galão}}$$

3º grupo

Figura 23 Registro da atividade de modelagem matemática



Fonte: Arquivo da pesquisadora

Figura 24 Sólido geométrico produzido pelos alunos



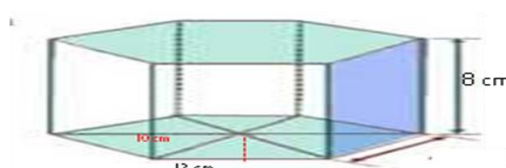
Fonte: Arquivo da pesquisadora

O terceiro grupo elaborou a seguinte questão: No campus Marabá Rural o estacionamento é pavimentado com bloquetes no formato de um prisma hexagonal reto. As medidas do mesmo estão representadas na figura 25. Com base nessas informações responda o que se pede:

1. Qual a área da base desse bloquete?
2. Qual a área lateral desse bloquete?
3. Quantos bloquetes serão necessários para a pavimentação de um estacionamento que tem 4 m de comprimento por 3 m de largura?
4. Se empilharmos quatro desses bloquetes qual será o volume dessa pilha?

O terceiro grupo, assim como os anteriores, escolheu um sólido geométrico que não possui base quadrangular, garantindo, desse modo, o bônus na nota avaliativa. Este grupo decidiu abordar a área da base, área lateral e volume do bloquete utilizado na pavimentação do estacionamento do Campus (prisma de base hexagonal).

Figura 25 Figura da questão elaborada pelo grupo 3



Fonte: Grupo 3

Respostas

$$1. \quad A_{\text{base}} = b * h / 2 * 6$$

$$A_{\text{base}} = 0,12 * 0,1 / 2 * 6$$

$$\mathbf{A_{base} = 0,036m^2}$$

$$2. \quad A_{\text{lateral}} = A_{\text{face}} * 6$$

$$A_{\text{lateral}} = b * h * 6$$

$$A_{\text{lateral}} = 0,12 * 0,08 * 6$$

$$\mathbf{A_{lateral} = 0,0576m^2}$$

$$3. \quad A_{\text{estacionamento}} = \text{comprimento} * \text{largura}$$

$$A_{\text{estacionamento}} = 4 * 3$$

$$A_{\text{estacionamento}} = 12m^2$$

$$\text{Quantidade de bloquetes} = A_{\text{estacionamento}} / A_{\text{base}}$$

$$\text{Quantidade de bloquetes} = 12 / 0,036$$

$$\mathbf{\text{Quantidade de bloquetes} = 333,33 \text{ unidades}}$$

$$4. \quad \text{Volume} = A_{\text{base}} * h$$

$$\text{Volume} = 0,036 * 0,08 * 4$$

$$\mathbf{\text{Volume} = 0,01152m^3}$$

4º grupo

Figura 26 Registro da atividade de modelagem matemática



Fonte: Arquivo da pesquisadora

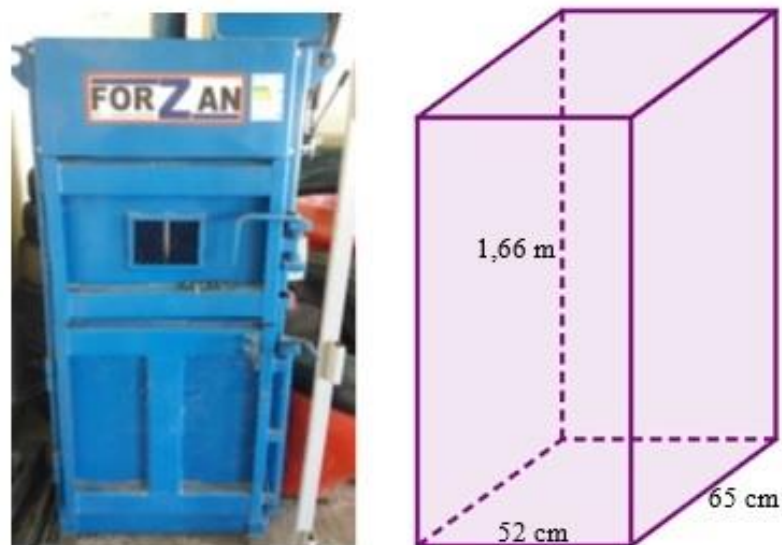
Figura 27 Sólido geométrico produzido pelos alunos



Fonte: Arquivo da pesquisadora

O quarto grupo elaborou a seguinte questão: Os alunos, do curso técnico em agropecuária integrado ao ensino médio, encontraram o objeto (prensa de papelão), figura 28, no campus marabá rural e o acharam parecido com um prisma de base quadrangular. Como curiosidades resolveram obter as seguintes informações:

Figura 28 Figura da questão elaborada pelo grupo 4



Fonte: Grupo 4

1. Qual a área da base desse objeto?
2. Qual a área lateral?
3. Qual a área da superfície?
4. Qual o volume?

O quarto grupo foi o único que não foi beneficiado pelo bônus na nota avaliativa, visto que o grupo optou em investigar um prisma de base quadrangular. Os componentes do grupo escolheram estudar a prensa de papelão da oficina de reciclagem do Campus. Abordaram a área da base, área lateral, área total e volume.

Respostas

1. Dados: base retangular

$$A_{\text{base}} = b * h$$

$$A_{\text{base}} = 0,52 * 0,65$$

$$\mathbf{A_{base} = 0,338m^2}$$

2. $A_{\text{lateral1e2}} = b * h$

$$A_{\text{lateral1e2}} = 0,52 * 1,66 * 2$$

$$A_{\text{lateral1e2}} = 1,7264$$

$$A_{\text{lateral3e4}} = b * h$$

$$A_{\text{lateral3e4}} = 0,65 * 1,66 * 2$$

$$A_{\text{lateral3e4}} = 2,158$$

$$A_{\text{lateraltotal}} = 1,7264 + 2,158$$

$$\mathbf{A_{lateraltotal} = 3,8844m^2}$$

3. $A_{\text{superfície}} = 2 * A_{\text{base}} + A_{\text{lateraltotal}}$

$$A_{\text{superfície}} = 2 * 0,338 + 3,8844$$

$$\mathbf{A_{superfície} = 4,5604m^2}$$

4. $\text{Volume} = A_{\text{base}} * h$

$$\text{Volume} = 0,338 * 1,66$$

$$\mathbf{\text{Volume} = 0,56108m^3}$$

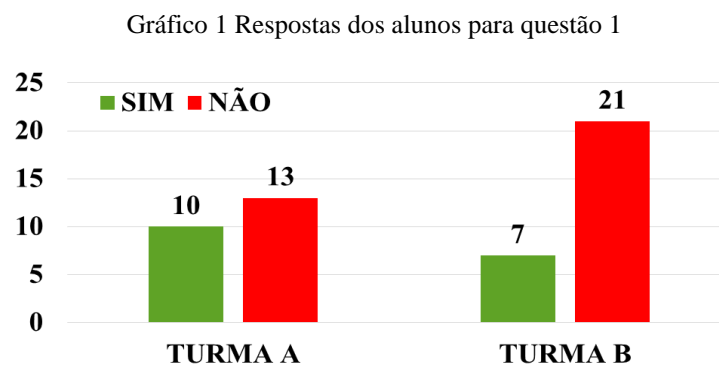
4.4 RESULTADOS E DISCUSSÃO

4.4.1 Resultados

Na última aula do 3º tempo escola optamos por aplicar um Questionário de Avaliação da Atividade de Modelagem Matemática para nos auxiliar na validação da investigação. Começamos agradecendo a participação e dedicação de todos os alunos durante as aulas e atividades planejadas.

Exporemos neste momento a análise do questionário avaliativo da atividade desenvolvida (conforme apêndice B).

A Questão 1 teve como finalidade verificar se os alunos já haviam desenvolvido alguma atividade de ensino utilizando a Metodologia de Modelagem Matemática, contextualizando as questões com suas experiências cotidianas.

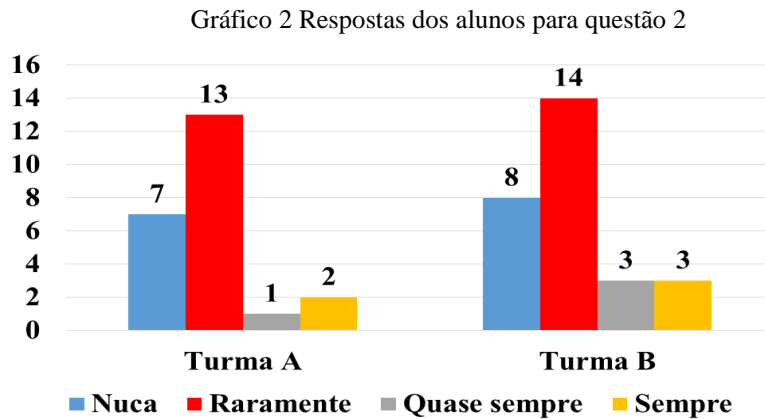


Fonte: Autoria própria

De acordo com o gráfico 1 foi percebido que a maior parte, representada por 66,66% dos alunos das duas turmas ainda não haviam desenvolvido esse tipo de atividade. Durante o processo, percebemos que os estudantes mostraram-se ansiosos e curiosos pela experiência, considerando que, deixariam o papel de expectadores em sala e aula e passariam a protagonistas na construção do seu próprio conhecimento.

Esse tipo de experiência teve como os pioneiros Klüber e Burak (2005, p.4) os quais descreveram uma experiência equivalente realizada em 2005, na qual no decorrer da utilização de uma metodologia alternativa para o ensino, os participantes “se mostraram curiosos, pois não tinham conhecimento do que se tratava”. Revelaram-se, também, “motivados em descobrir o que se passaria nas aulas, já que se propunha trabalhar o ensino de Matemática de uma maneira diferente da habitual”, possuindo como metodologia alternativa para o ensino aprendizagem a Modelagem Matemática.

A Questão 2 indagou os alunos se, antes da experiência com Modelagem, eles acreditavam que a Matemática poderia ser contextualizada/utilizada na resolução dos problemas do seu cotidiano.

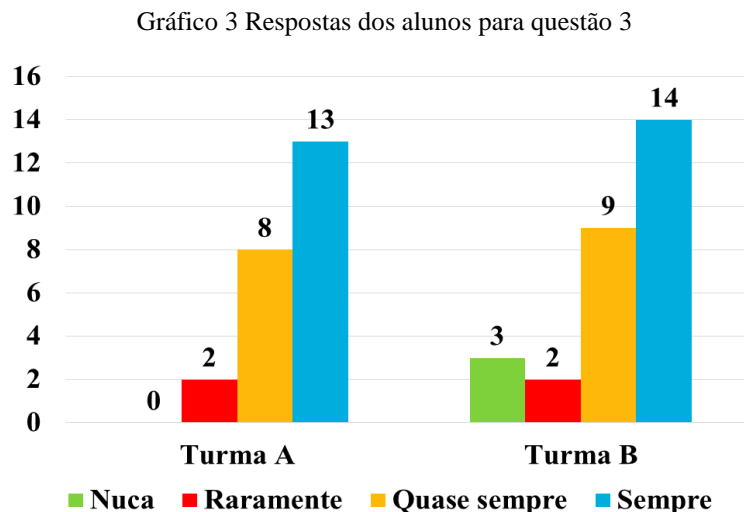


Fonte: Autoria própria

Como podemos observar no gráfico 2, a porcentagem de alunos ultrapassou a metade das turmas, representando exatamente 52,94% dos participantes que raramente conseguiam relacionar os conteúdos matemáticos com as situações corriqueiras do dia-a-dia.

Esse quadro representa o que Soistak e Burak (2005c, p.1) pensam uma vez que, no momento em que os alunos são questionados sobre a relevância da Matemática, “eles concordam que ela deve ser aprendida na escola”, entretanto expressam os obstáculos encontrados na compreensão dos conceitos matemáticos, justamente por não conseguirem contextualizar os conteúdos ensinados na escola com a matemática percebida em suas vidas.

A Questão 3 especulou se, após realizarem o trabalho, os alunos passaram acreditar que a Matemática poderia ser contextualizada nos problemas da vida real.



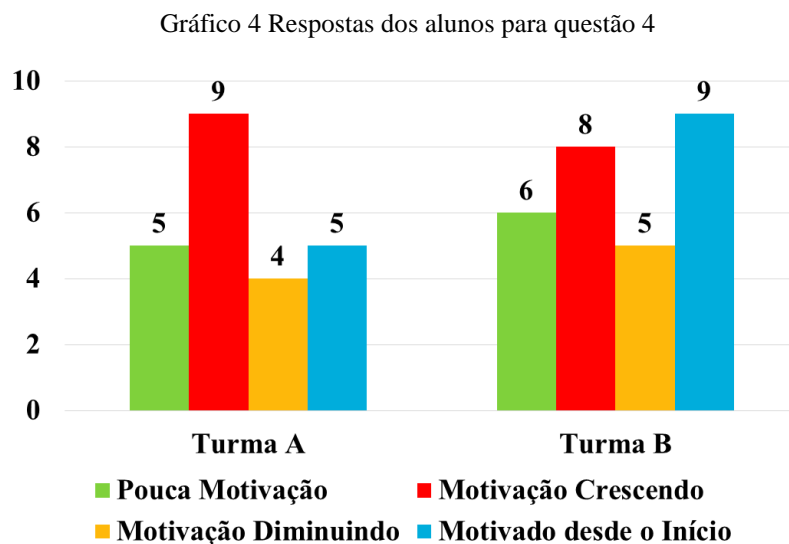
Fonte: Autoria própria

Constatamos no gráfico 3 que, do total de 51 alunos participantes da experiência, somente 4 declararam que continuaram compreendendo raramente a presença da matemática nas situações vivenciadas em seu meio natural, mesmo após a realização da atividade. Isso significa que, ocorreu uma redução no número de alunos que não conseguiam fazer essa relação da matemática com seu cotidiano, passando de 52,94% para 7,84%.

Assim, podemos confirmar a ideia passada por Abdanur, Barbiere e Burak (2004, p.7) onde apontaram que a Modelagem Matemática oferta a chance de “orientar o ensino da Matemática a partir de uma ação pedagógica que propicia ao estudante utilizar desses relevantes conhecimentos no seu cotidiano, em seu contexto sociocultural”, conseguindo perceber a presença da Matemática em suas vidas.

Averiguamos que essa transformação no comportamento dos alunos, após o contato com a modelagem matemática, iniciou no momento da pesquisa exploratória, na qual eles identificaram em campo as figuras geométricas encontradas no seu espaço de convivência. Enxergaram a Geometria usada nas instalações do campus, estimulando um cenário mais adjacente da sua realidade.

A Questão 4 avaliou como estava o nível de motivação dos alunos perante a participação na atividade de Modelagem Matemática.



Fonte: Autoria própria

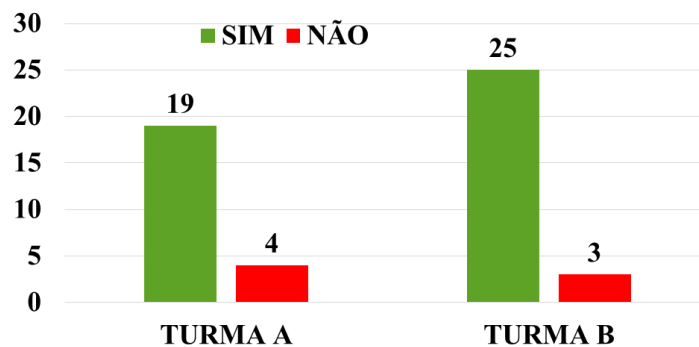
A avaliação do nível motivacional dos alunos perante o desenvolvimento da atividade mostrou que: 21,56% dos alunos que a princípio não se sentiram muito motivados, no transcorrer das tarefas foram se entusiasmando chegando a porcentagem de 33,33%, gráfico 4.

Parece pouco, porém, um crescimento de 11,77% é muito significativo considerando que a experiência é nova para a maioria dos participantes.

Vale ressaltar, que esse crescimento no nível motivacional dos alunos entra em conformidade com Burak e Klüber (2007a, p.11) quando afirmam que o “interesse e a motivação para a realização das atividades podem ser creditados, em parte, à forma contextualizada de se trabalhar a Matemática na Modelagem Matemática”.

A Questão 5 investigou se a participação dos alunos na atividade de modelagem contribuiu para o processo de aprendizagem dos conteúdos de Geometria Espacial.

Gráfico 5 Respostas dos alunos para questão 5



Fonte: Autoria própria

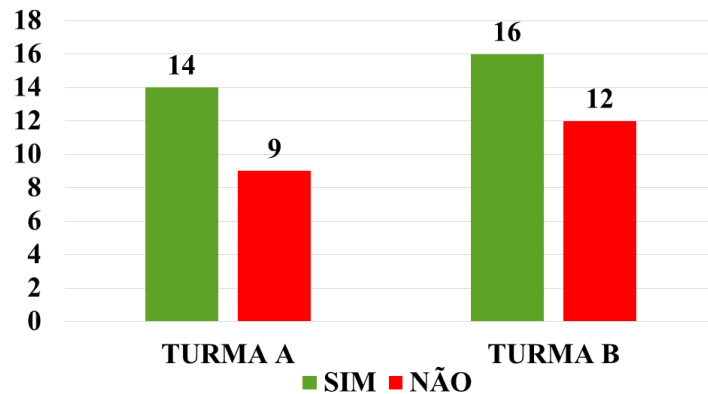
Durante as aulas ministradas no 1º e 2º tempo escola e a execução da atividade de modelagem no 3º tempo escola, tivemos a intenção de estimular o interesse dos alunos na construção dos conceitos matemáticos, promovendo a figura de aluno à protagonista do processo de ensino aprendizagem.

Essa intenção pode ser fundamentada por Soistak e Burak (2005b, p.2) que consideram a Modelagem Matemática uma das ferramentas que podem ser utilizadas para alcançar as metas, uma vez que, ao ensinar geometria espacial a partir de uma figura sugerida pelos próprios alunos, desperta a curiosidade em aprender o conteúdo.

Com isso, podemos concluir que a participação dos alunos na atividade de Modelagem Matemática contribuiu para a aprendizagem dos conteúdos de Geometria Espacial, alcançando 86,27% dos alunos beneficiados, gráfico 5, e certificamos essa conclusão também em Burak (2005, p.10) ao assegurar que “a Modelagem Matemática, ao eleger o interesse do aluno como princípio, rompe com a forma usual de se deflagrar o processo de ensino na maioria das nossas escolas e com a forma linear de se tratar o conteúdo matemático, fazendo com que o aluno apresente melhoria no desenvolvimento e no desempenho em Matemática”.

O objetivo da Questão 6 foi verificar se os alunos gostariam de ter estudado outro conteúdo, a partir de atividades utilizando como metodologia a Modelagem Matemática.

Gráfico 6 Respostas dos alunos para questão 6



Fonte: Autoria própria

Ao analisarmos a porcentagem alcançada de 58,82% no gráfico 6, tomando como ponto de partida nosso referencial teórico, podemos inferir que a Modelagem Matemática despertou o interesse dos alunos e vontade de estudar novos conteúdos utilizando a metodologia proposta nesta pesquisa.

Deparamos com fundamento para essa conclusão em Barbieri e Burak (2005, p.5) quando asseguram que, o aluno ao “se tornar participante da escolha, passa a ter mais responsabilidade e, ao mesmo tempo, aprende conteúdos de relevância social”.

4.4.2 Discussão

Analisando a atividade com a utilização da Modelagem Matemática foi possível identificar uma enorme disposição das turmas durante as aulas, visto que os alunos passaram de meros expectadores para os protagonistas do processo ensino aprendizagem. Essa redefinição dos personagens contribuiu para que a pesquisadora atuasse de maneira auxiliar, somente como orientadora, estimulando a discussão e reflexão sobre os conteúdos. Outrossim, a inversão dos papéis é essencial para o sucesso das atividades de Modelagem Matemática, julgando pelos resultados obtidos ao final da experiência.

A utilização de uma metodologia alternativa no ensino de geometria foi capaz de contextualizar situações reais do cotidiano dos alunos em sala de aula. Detalhe que despertou o interesse dos alunos, visto que os conteúdos foram compreendidos de forma mais significativa, pois foi possível mostrar os exemplos de aplicabilidade dos conteúdos matemáticos ensinados. Desse modo, essa experiência foi relevante, visto que os alunos, em grande parte do tempo não conseguem fazer a ligação entre a Matemática e as situações reais vivenciadas nos seus cotidianos.

Sobre o conteúdo trabalhado, foi permitida a liberdade dos alunos durante o seu desenvolvimento, pois de segundo Biembengut (2005, p.23), “[...] os alunos escolhem o tema e a direção do próprio trabalho, cabendo ao professor promover essa autonomia”. E no decorrer da atividade de Modelagem, registramos uma participação maior de alunos, em comparação quando se utiliza o método tradicional de ensino da matemática.

No início da atividade os alunos tiveram muitas dificuldades, devido a maioria não ter vivenciado alguma experiência com a metodologia proposta, mas todas foram sanadas por meio da orientação da professora no decorrer do desenvolvimento do trabalho. Além disso, também foi detectado que os alunos ao trabalharem em grupos costumavam dividir as tarefas em vez de compartilhar as informações adquiridas por eles. Consideramos que a execução dessa atividade proporcionou uma transformação de comportamentos em relação a trabalhar em equipes, assim, Biembengut (2005) afirma que o processo de ensino da Matemática deve propiciar ao aluno essas capacidades.

Outro fato que gerou preocupação na professora foi à quantidade de aulas necessárias para concluir o ensino do conteúdo utilizando a Modelagem Matemática, que foi necessário os três tempos escolas, o equivalente a um semestre, em comparação com o ensino por meio o método tradicional, que seria concluído no máximo em dois tempos escola. Entretanto, foi percebido que no decorrer do processo de ensino aprendizagem ocorreu uma compreensão mais significativa de como a matemática é diretamente ligada ao nosso cotidiano. Este detalhe é mais relevante do que o ensino de maior quantidade de conteúdos, gerando um aprendizado por memorização que tem grandes chances de serem esquecidos, justamente por não compreenderem os conceitos matemáticos.

5 PRODUTO FINAL

Perante os resultados alcançados na pesquisa, foram canalizados esforços para a construção de uma ferramenta de extenso alcance e acessível com o objetivo de servir como instrumento para auxiliar os professores da educação básica, alunos e comunidade na abordagem sobre a utilização da modelagem matemática no ensino da matemática nas escolas do campo. Acreditando que o caminho mais eficaz de se atingir esse objetivo era por meio de um recurso virtual, foi proposta o desenvolvimento de um Blog de cunho educativo como produto dessa dissertação. O blog está disponível na plataforma WordPress sem custo de hospedagem, além de poder ser frequentemente atualizado, esse instrumento possibilita a comunicação de maneira célere, possibilitando a cooperação dos usuários, que podem, citar, comentar, dar opiniões, apontar assuntos de interesse comum.

Nos dias de hoje a tecnologia figura em todos os ramos da sociedade, e o século XXI tem sido considerado como a era do conhecimento e da informação. Cada vez mais as tecnologias de informação cativam espaço em trabalhos voltados ao processo de ensino. A internet tem inovado os modos de interação e especialmente a maneira de aprendizagem dos alunos. Esses avanços tecnológicos devem refletir na educação, uma vez que a linguagem digital pode proporcionar diversas informações de vários conteúdos por meio de hipertextos e documentos interligados (KENSK, 2015).

Posto isto, certas tecnologias podem servir como recurso facilitador a professores e alunos no processo de ensino e aprendizado. Trabalhos como o de Silva (2014), que utiliza o blog para o ensino de matemática, mostram que esse recurso pode ser um considerável aliado ao trabalho do professor, assim modificando as estratégias de ensino tornando-as agradáveis.

O desejo por este produto se deu em razão do nível alto de abrangência e, além de aceitar diversos formatos de arquivos, podem ser operados através de vários dispositivos eletrônicos com acesso à internet, como smartphones, tablets e computadores. E, também, por ter a oportunidade de se tornar algo transformador para o ensino de matemática nas escolas do campo, devido o seu conteúdo ser direcionado para esse público, o que não impede de outros profissionais adaptarem para realidades diferentes.

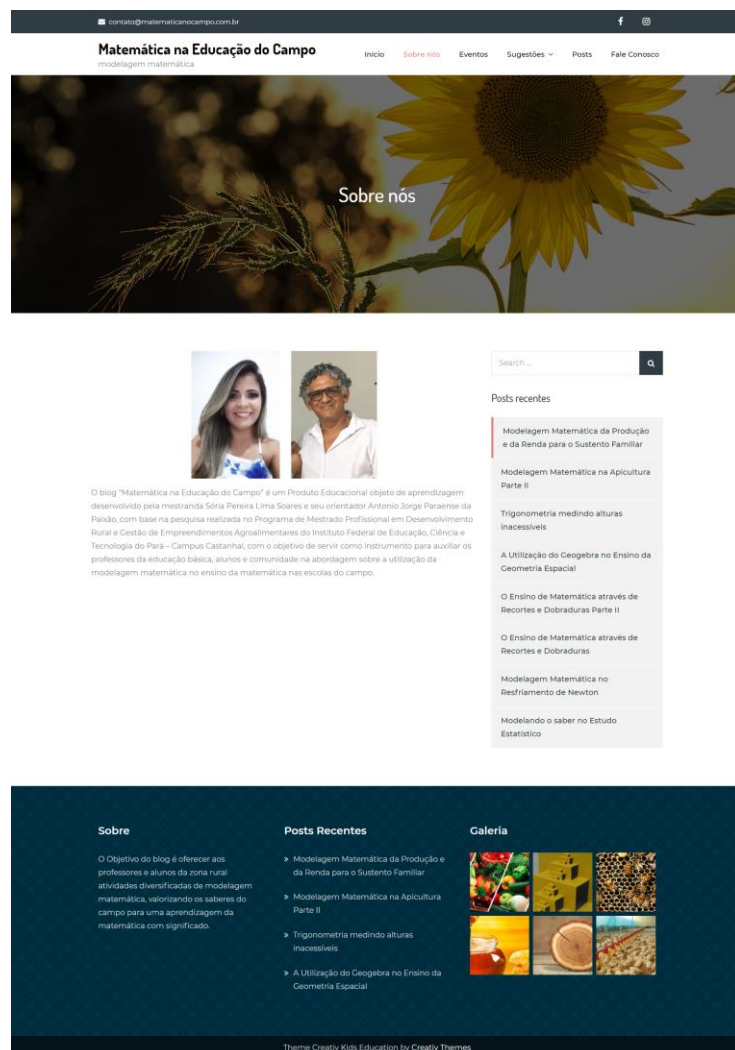
Atualmente existe uma grande quantidade de recursos didáticos para auxiliar os professores na construção do conhecimento matemático, porém, vale ressaltar que ainda há uma carência grande, no que diz respeito a um site com atividades específica direcionado ao público da zona rural, que necessitam reconhecer na matemática escolar as práticas e pensamentos matemáticos que vivenciam no campo.

Diante da necessidade de um espaço reservado para esse público, este trabalho descreve a experiência de desenvolver um blog para auxiliar tanto os professores quanto os alunos em suas atividades de ensino da matemática.

Após a definição do produto final a ser desenvolvido, optamos então em desenvolver o Blog pelo WordPress, que é uma plataforma gratuita e fácil de manusear, além de ser utilizada pela maioria dos sites profissionais do mercado.

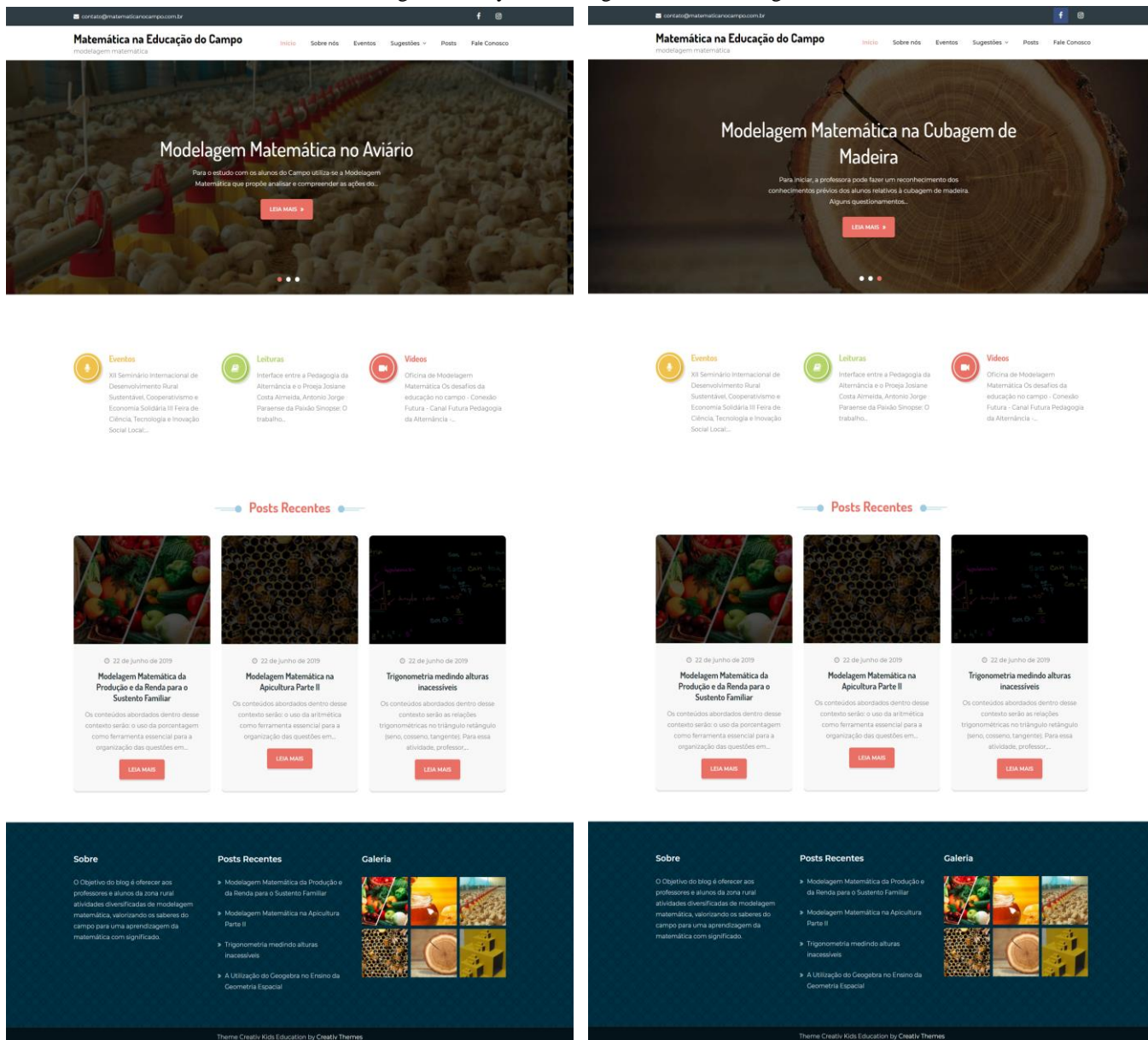
Dessa maneira, iniciou-se a construção do blog que recebeu o nome de “Matemática na Educação do Campo” em razão do tema ter como referência a utilização da modelagem no ensino da matemática nas escolas da zona rural. O acesso ao blog se dá através do endereço: www.matematicanocampo.com.br, onde a página de abertura possui um menu para acesso aos conteúdos de interesse do visitante. O blog traz diversas propostas de modelagem voltadas para os povos do campo. Na página inicial pode-se ver a apresentação do blog e as publicações recentes, veja Figuras 29 a 31.

Figura 29 Layout da Página de Apresentação do Blog



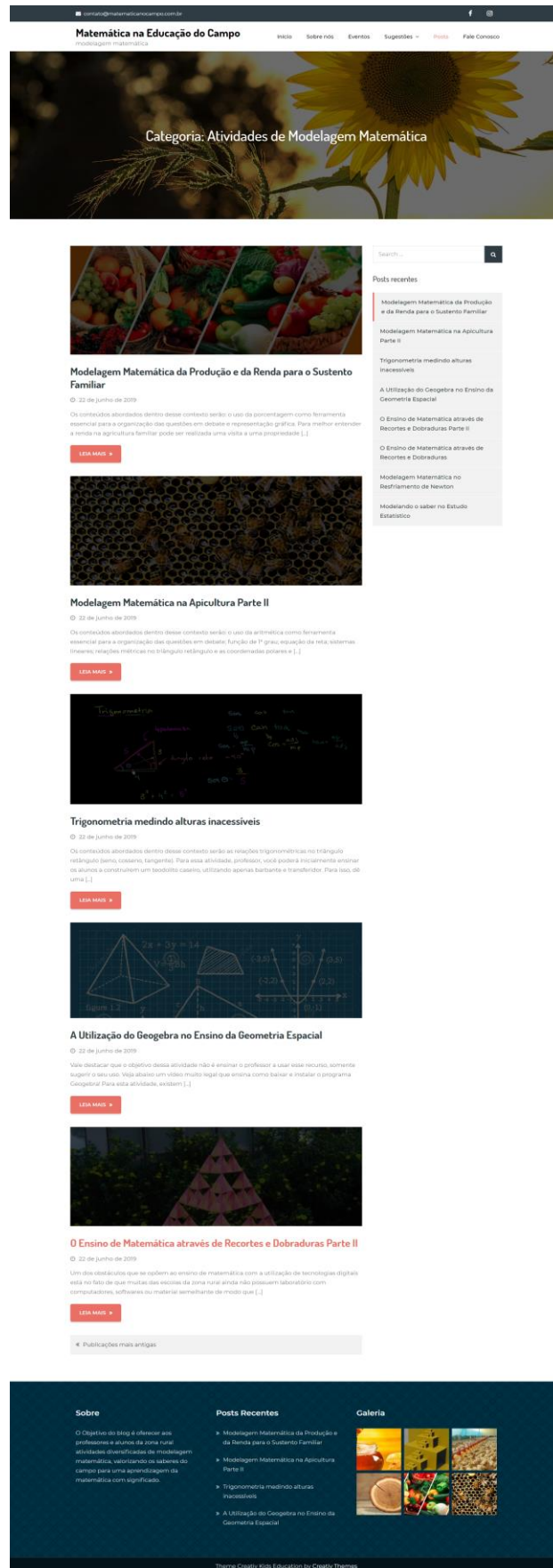
Fonte: Autoria própria

Figura 30 Layouts da Página Inicial do Blog



Fonte: Autoria própria

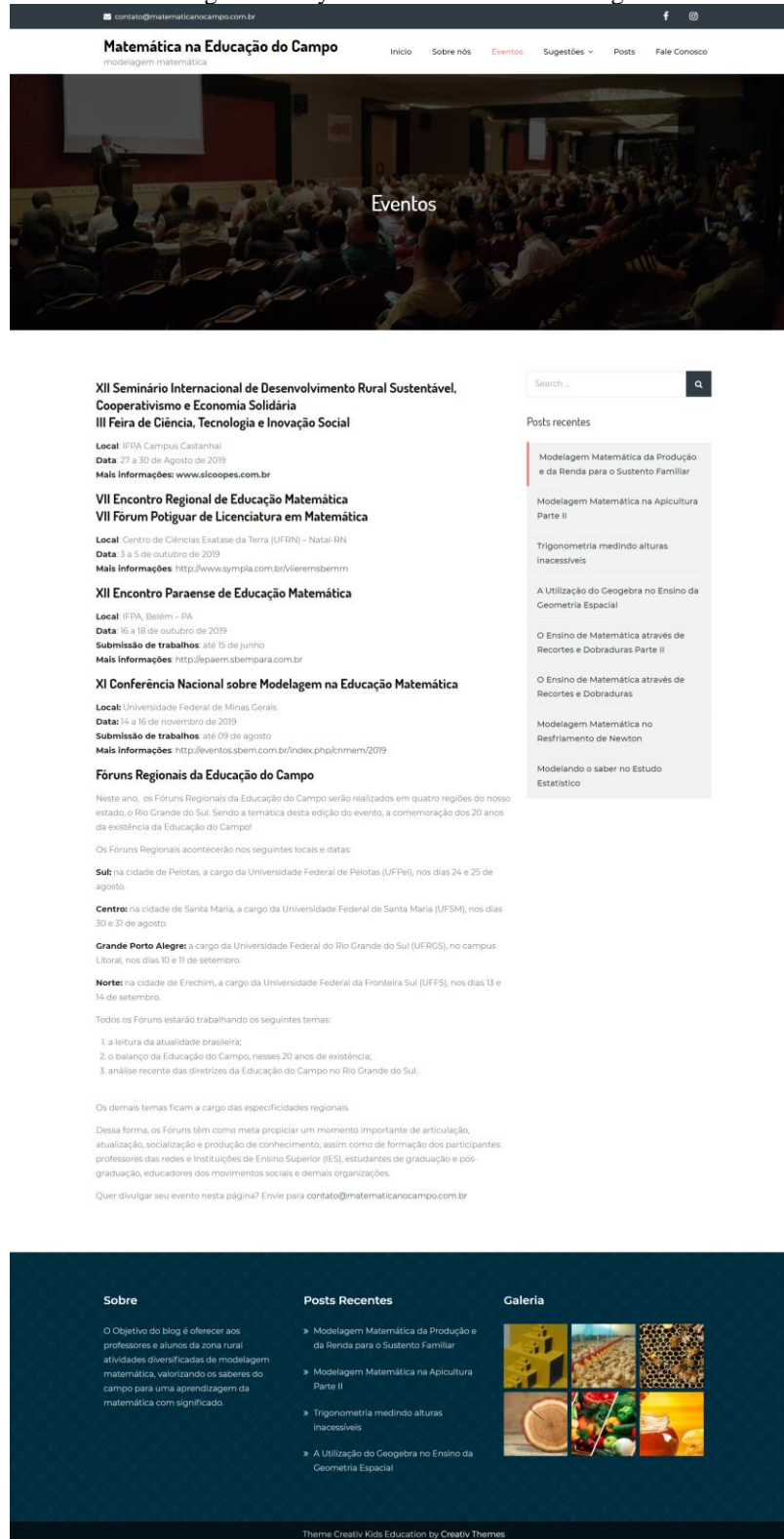
Figura 31 Layout da Página dos Posts Recentes



Fonte: Autoria própria

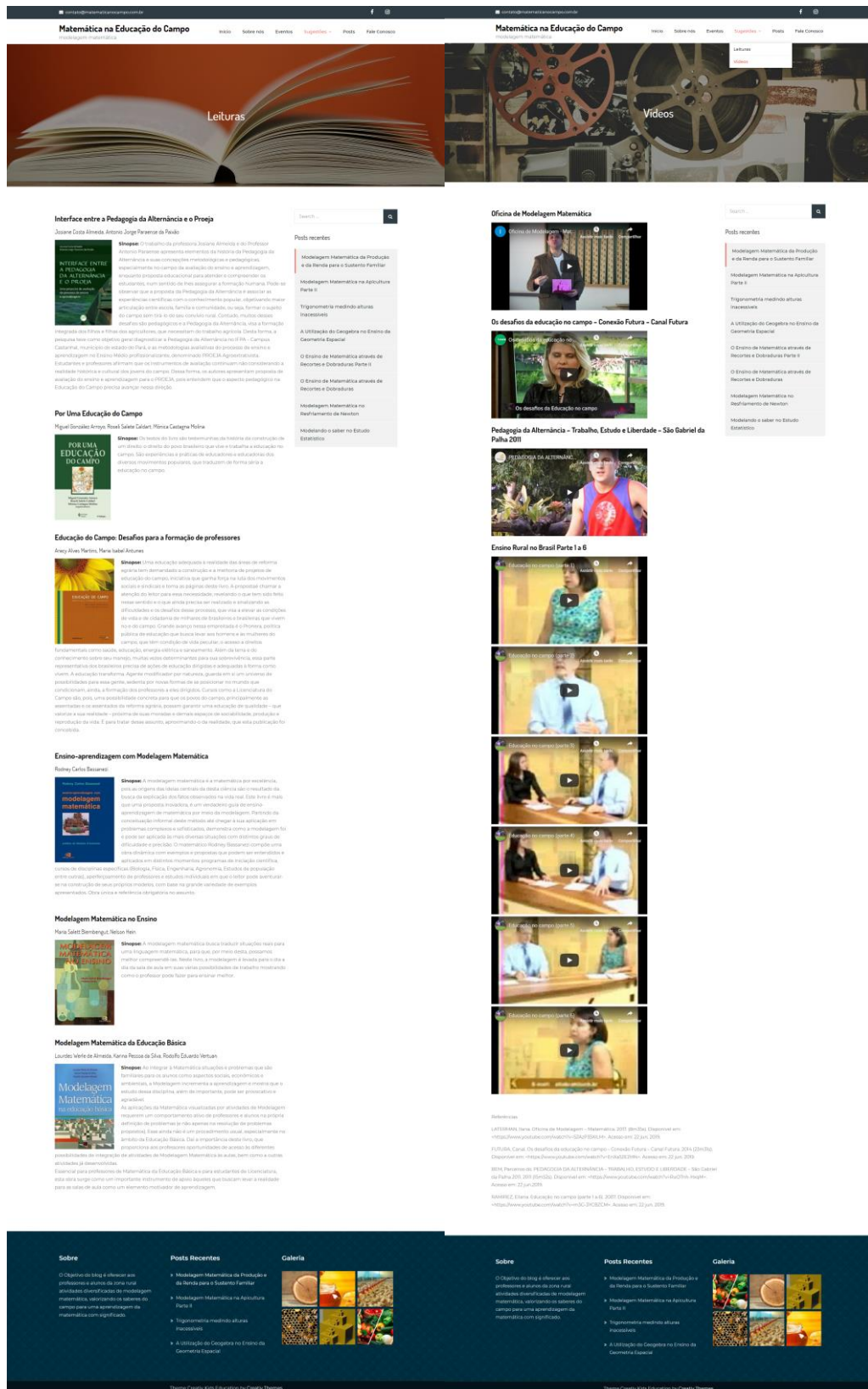
Dentro da aba “eventos” é possível ficar por dentro da agenda dos principais eventos da área de Educação Matemática, Educação do Campo e áreas afins, servindo como divulgador e orientador para atividades de pesquisa nessas áreas. Veja figura 32.

Figura 32 Layout da Aba Eventos do Blog



Fonte: Autoria própria

Figura 34 Layout da Aba Sugestões de Leituras e Vídeos



Em consonância com Benite, Silva Filho e Benite (2011) o que define o blog é a acessibilidade, que é a capacidade de acesso de locais remotos, “característica imprescindível para os objetos virtuais de aprendizagem” (p. 33). Assim, foi construído um blog com design responsivo, que pode ser acessado, além do computador, de qualquer aparelho eletrônico que possua conexão com internet, tais como tabletes, celular.

Além disso, destacamos a grande vantagem deste blog que é a interatividade entre os usuários e a administradora do site, onde no espaço reservado para comunicação, podemos receber o feedback das atividades propostas ou até mesmo sugestões para novas publicações. Esse contato pode ser realizado preenchendo o formulário, conforme mostra a figura 35, ou ainda através do e-mail contato@matematicanocampo.com.br.

Figura 35 Layout da Aba Fale Conosco

The screenshot displays the 'Fale Conosco' (Contact Us) page of the 'Matemática na Educação do Campo' blog. The page has a dark blue header with the site's name and navigation links. Below the header is a large banner with the text 'Fale Conosco' and an '@' symbol. The main content area contains a contact form with the following fields: 'Seu nome (obrigatório)', 'Seu e-mail (obrigatório)', 'Assunto', and 'Sua mensagem'. A red 'ENVIAR' button is located below the message field. To the right of the form is a search bar and a list of 'Posts recentes' (Recent Posts). The footer of the page includes a 'Sobre' (About) section, a 'Posts Recentes' section, and a 'Galeria' (Gallery) section.

Sobre

O Objetivo do blog é oferecer aos professores e alunos da zona rural atividades diversificadas de modelagem matemática, valorizando os saberes do campo para uma aprendizagem da matemática com significado.

Posts Recentes

- » Modelagem Matemática da Produção e da Renda para o Sustento Familiar
- » Modelagem Matemática na Apicultura Parte II
- » Trigonometria medindo alturas inacessíveis
- » A Utilização do Geogebra no Ensino da Geometria Espacial

Galeria

The gallery section displays a grid of six images related to the blog's content, including a honeycomb, a wooden bowl, a honey jar, a honeycomb, a honeycomb, and a honeycomb.

Theme Creativ Kids Education by Creativ Themes

Fonte: Autoria própria

6 CONSIDERAÇÕES FINAIS

A geometria espacial foi definida como tema dessa pesquisa para ajudar a sanar as dificuldades identificadas pela professora de matemática no ensino de sólidos geométricos para os alunos do 3º ano do Curso Técnico em Agropecuária Integrado ao Ensino Médio do Campus Marabá Rural do IFPA. A maior dificuldade dos alunos, na maioria das vezes, era em função da falta de domínio do conteúdo de geometria plana.

Levada por essa dificuldade de proporcionar a aprendizagem da geometria espacial de maneira significativa e, concomitantemente, incitada pelo desafio, buscamos uma maneira de ensinar o conteúdo, utilizando a Modelagem Matemática como metodologia.

A realização dessa pesquisa foi um desafio para a professora e os alunos, visto que a utilização de uma metodologia alternativa requer dedicação, reflexão e tempo. Desse modo, a experiência da utilização da Modelagem Matemática no ensino de geometria espacial guiou os alunos à compreensão dos conceitos, revolvendo situações problemas encontrados no seu dia-a-dia.

Algumas características identificadas durante o processo de ensino utilizando a Modelagem Matemática foram: grande participação dos alunos, situações problemas contextualizadas com as experiências de vida, independência no momento de discussão, desenvolvimento de trabalho em equipe, autonomia na elaboração das questões e escolha as figuras geométricas a serem estudadas. Essas características confirmam que a utilização de uma metodologia alternativa para o ensino de Matemática gera resultados favoráveis para o seu ensino no ensino médio da zona rural.

Como produto dessa experiência, com apoio da Modelagem Matemática, foi criado um blog para orientação de futuros docentes e capacitação dos atuais, contendo várias tarefas de Geometria Espacial que possuem o objetivo de estimular a criatividade e a visão tridimensional dos alunos para a construção do pensamento geométrico.

REFERENCIAS

ALMEIDA, L. M. W. de; SILVA, K. A. P. da; VERTUAN, R. E. **Modelagem Matemática na Educação Básica**. São Paulo: Contexto, 2012.

ANASTASIOU, L. G. C. **Metodologia de Ensino na Universidade Brasileira**: elementos de uma trajetória. Campinas: Papirus, 2001.

BALDISSERA, A. A. **Geometria trabalhada a partir da construção de figuras e sólidos geométricos**. 2001. Disponível em: <<http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br>> . Acesso em: 20 maio 2019.

BARBOSA, J. C. **Modelagem matemática e os futuros professores**. In: REUNIÃO ANUAL DA ANPED, 25, 2002, Caxambu. Anais. Caxambu: ANPED, 2002.

BARBOSA, J. C.; CALDEIRA, A. D.; ARAÚJO, J. L. **Modelagem matemática na educação matemática brasileira: pesquisa prática educacionais**. Recife: SMEM, 2007.

BARBOSA, J. C. **Modelagem Matemática: concepções e experiências de futuros professores**. 2001. Tese (Doutorado em Educação Matemática). Universidade Estadual Paulista. Rio Claro, 2001a.

BASSANEZI, R. C. **Ensino aprendizagem com modelos matemáticos: uma nova estratégia**. São Paulo: Contexto, 2006.

BASSANEZI, Rodney Carlos. **Ensino-aprendizagem com modelagem matemática: uma nova estratégia**. São Paulo: Contexto, 2002.

BEGNAMI, J. B. **Pedagogia da Alternância como sistema educativo**. In: Revista da Formação por Alternância. n. 2. Brasília: UNEFAB, 2006, p. 24-47.

BENITE C.R. M.; SILVA FILHO, S. M.; BENITE A.M.C. **Cibercultura em Ensino de Química: Elaboração de um Objeto Virtual de Aprendizagem para o Ensino de Modelos Atômicos**. Revista Química Nova na Escola, Vol. 33, nº 12, São Paulo, 2011.

BERNARDI, A. **Elementos e área de sólidos geométricos: uma experiência com alunos do Ensino Médio**. 2011. Disponível em: <<http://www.lume.ufrgs.br>> Acesso em : 20 mai. 2019.

BIEMBENGUT, M. S.; HEIN, N. **Modelagem Matemática no ensino**. São Paulo: Contexto, 2005.

BOGDAN, R. C.; BIKLEN, S. K. **Investigação qualitativa em Educação: uma introdução à teoria e aos métodos**. Porto: Porto Editora, 1994.

BRASIL. Ministério da Educação e do Desporto, Secretaria de Educação Fundamental **Parâmetros Curriculares Nacionais**. Brasília-DF: MEC, 1998.

_____. Ministério da Educação e do Desporto, Secretaria de Educação Fundamental. **Orientações Curriculares para o Ensino Médio**. Brasília: MEC, 2006.

BRAZ, F. M. **História da geometria hiperbólica**. (Monografia de Conclusão de Curso) Universidade Federal de Minas Gerais. Belo Horizonte, 2009.

BURAK, Dionísio. **Modelagem matemática: ações e interações no processo de ensino aprendizagem**. 1992. 459 p. Tese (Doutorado em Educação) – Faculdade de Educação, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 1992.

BURAK, D. **Modelagem matemática: ações e interações no processo de ensino aprendizagem**. Tese (Doutorado em Educação) – Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 1992.

BURAK, D. **Modelagem Matemática: experiências vividas**. In: Conferência Nacional sobre Modelagem e Educação Matemática, IV, Feira de Santana, 2005. Feira de Santana: UEFS, 2005.

BURAK, D.; KLÜBER, T. E.. **Atividades de Modelagem no Ensino Fundamental**. In: III Encontro Paranaense de Modelagem em Educação Matemática - III EPMEM, 2008, Guarapuava, PR. Perspectivas da Modelagem Matemática no Ensino. Guarapuava, PR: UNICENTRO, 2008. v. 1. p. 638-655.

BURAK, D. **Modelagem Matemática e a sala de aula**, 2010. Disponível <http://www.joinville.udesc.br/portal/professores/regina/materiais/modelagem.pdf>. Acesso em: Outubro 2018.

CHAVES, Rodolfo. **Por que anarquizar o ensino de Matemática intervindo em questões socioambientais?** 223p. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Programa de Pós Graduação em Educação Matemática, Instituto de Geociências e Ciências Exatas de Rio Claro, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2004.

CRISTOFOLETTI, A. **A modelagem de sistemas ambientais**. São Paulo: Edgard Blücher, 1999.

D'AMBRÓSIO, Ubiratan. **Educação matemática: da teoria à prática**. Campinas: Papirus, 1998.

D'AMBROSIO, B. S.; D'AMBROSIO, U. **Formação de professores de matemática: Professor - pesquisador**. Atas de Pesquisa em Educação – PPGE/ME FURB, v. 1, n. 1, p. 5-85, jan./abr, 2006.

D'AMBROSIO, Beatriz S. **Como ensinar matemática hoje? Temas e Debates**. SBEM. Ano II. n.2. Brasília. 1989. p.15-19.

ESTEVAM, D. O. **Casa Familiar Rural: a formação com base na pedagogia da Alternância**. Florianópolis: Insular, 2003.

FERREIRA, Denise Helena Lombardo. **O tratamento de questões ambientais através da modelagem matemática: um trabalho com alunos do ensino fundamental e médio**. 2003.

278p. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2003.

FERREIRA, N. S. de A. **As pesquisas denominadas “estado da arte”**. Educação & Sociedade, Campinas, v. 79, p. 257-272, 2002.

FIORENTINI, D. **Estudo de algumas tentativas pioneiras de pesquisa sobre o uso da modelagem matemática no ensino**. In: ICME, 8, 1996, Sevilha. Anais. Sevilha: ICME, 1996.

GÁLVEZ, G. A didática da matemática. In PARRA, C.; SAIZ, I. (Orgs). **Didática da Matemática: Reflexões psicopedagógicas**. Porto Alegre: Artes Médicas, 1996, p. 27-35
GÁLVEZ, G. A Geometria, a psicogênese das noções espaciais e o ensino da geometria na escola primária. In PARRA, C.; SAIZ, I. (Orgs). **Didática da Matemática: Reflexões psicopedagógicas**. Porto Alegre: Artes Médicas, 1996, p. 236-251

GIL, A. C. **Didática do Ensino Superior**. São Paulo: Atlas, 2012.

KENSKI, V. M. **Educação e tecnologias: O novo ritmo da informação**. Campinas, SP: Papirus, 2015.

KLUBER, T. E.; BURAK, D. **Modelagem Matemática: pontos que justificam a sua utilização no ensino**. In: IX Encontro Nacional de Educação Matemática - IX ENEM, 2007, Minas Gerais. Educação Matemática: Diálogos entre a pesquisa e a prática Educativa, 2007. p. 1-15.

KLUBER, T. E. (2010). Modelagem Matemática: revisitando aspectos que justificam a sua utilização no ensino. In **Modelagem Matemática uma perspectiva para a Educação Básica**. Ponta Grossa: Editora UEPG, 97-114.

KLUBER, T. E.; BURAK, D. **Concepções de Modelagem Matemática: Contribuições Teóricas**. Educação Matemática Pesquisa, v. 10, 2008.

LORENZATO, S.; VILA, M. C. **Século XXI: Qual Matemática é recomendável?** Revista Zetetiké, Campinas, ano 1, n. 1, p. 46–48. 1995.

LORENZATO, S.; VILA, M. C. **Século XXI: Qual Matemática é recomendável?** Revista Zetetiké, Campinas, ano 1, n. 1, p. 46–48. 1993.

LUDKE, M.; ANDRÉ, M. E. D. **Pesquisa em Educação: abordagens qualitativas**. São Paulo: EPU, 2013.

MAGALHÃES, M. S. **Escola Família Agrícola: uma escola em movimento**. Dissertação (Mestrado em Educação). Vitória: UFES, 2004.

MENDONÇA, M. C. D. **Problematização: Um caminho a ser percorrido em Educação Matemática**. Tese – UNICAMP, 1993.

MORACO, A. S. C. **Um estudo sobre os conhecimentos geométricos adquiridos por alunos do Ensino Médio**. 2006. Disponível em: <http://www2.fc.unesp.br/>. Acesso em: setembro 2018.

NÉRICE, I. G. **Didática geral dinâmica**. 10 ed., São Paulo: Atlas, 1987.

NOSELLA, P. **Uma nova educação para o meio rural: sistematização e problematização da experiência educacional das Escolas da Família Agrícola do Movimento de Educação Promocional do Espírito Santo**. Dissertação (Mestrado em Educação). São Paulo: PUC-SP, 1977.

PAVANELLO, Regina Maria. **O abandono do ensino da Geometria: uma visão histórica**. São Paulo, v. 196, 1989.

PESSOTI, A. L. **Escola da Família Agrícola: uma alternativa para o ensino Rural**. Dissertação (Mestrado em Educação). Rio de Janeiro: FGV, 1978.

SILVA, B. A. T. **Um estudo Sobre Geometria Espacial: Conhecimentos e Dificuldades Expressos por Alunos do Ensino Médio**. 2010, 161 p. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática). Universidade Cruzeiro do Sul, São Paulo, 2010.

SILVA, L. H. **Modalidades, representações e práticas de alternância na formação de jovens agricultores**. In: Revista da Formação por Alternância. n. 2. Brasília: UNEFAB, 2006, p. 5-23.

SILVA, V.S; KLÜBER, T.E. (2012). **Modelagem Matemática nos anos iniciais do ensino fundamental: uma investigação imperativa**. In Revista Eletrônica de Educação. São Carlos. v. 6. n. 2, 228-249.

SILVA, L. H. M.; BERTOLA, P.B.; NAGASHIMA, L. A. **Blog Como ferramenta de apoio do Ensino de Ciências no PIBID**. Revista Tecnologias na Educação, v. 2, p. 2014. Disponível em: <http://tecedu.pro.br/wp-content/uploads/2015/07/Rel2-ano6-vol10-julho2014.pdf>. Acessado em: Junho de 2019.

SOISTAK, A. V. F.; BURAK, D. **Matemática e futebol: uma experiência de ensino aprendizagem**. In: III Congresso Internacional de Ensino da Matemática, 2005, Canoas. Anais do III Congresso Internacional de Ensino da Matemática, 2005.

UNEFAB. **Revista da Formação por Alternância**. Brasília: União Nacional das Escolas Famílias Agrícolas do Brasil, 2010, n. 3.

VAILLANT, D.; MARCELO, C. **Ensinando a ensinar**. As quatro etapas de uma aprendizagem. Curitiba: Editora da Universidades Tecnológica Federal do Paraná, 2012.

YIN, R. K. **Estudo de Caso: Planejamento e Métodos**. 4. Ed. Porto Alegre: Bookman, 2010.

APENDICE

Questionário de avaliação da atividade de modelagem matemática



SERVIÇO PÚBLICO FEDERAL
MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO
INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA DO PARA - CAMPUS CASTANHAL
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM DESENVOLVIMENTO RURAL E GESTÃO
DE EMPREENDIMENTOS AGROALIMENTARES

Questionário de Avaliação da Atividade “As formas Geométricas do nosso *Campus*”

Nome: _____

Turma: _____

1. Você já havia participado de uma atividade como esta, ligando a Matemática a situações do seu cotidiano?

☐ sim

Comente: _____

☐ não

2. Antes dessa atividade você imaginava que a Matemática poderia ser ligada a situações do seu cotidiano?

☐ nunca

☐ raramente

☐ quase sempre

☐ sempre

3. Após essa atividade você acredita que a Matemática pode ser ligada a situações do seu cotidiano?

☐ nunca

☐ raramente

☐ quase sempre

☐ sempre

4. Como você avalia a sua motivação e participação no desenvolvimento da atividade?

☐ No início não estava muito motivado(a), por isso não participei como deveria de todas as etapas da atividade.

☐ A motivação foi crescendo conforme fui participando das etapas da atividade.

☐ A motivação foi diminuindo e acabei não participando de todas as etapas da atividade como deveria.

☐ Estava motivado desde o início e continuei motivado e participei de todas as etapas da atividade como deveria.

5. Você considera que a sua participação nessa atividade contribuiu para sua aprendizagem dos conteúdos de Geometria Espacial? De que forma?

6. Você gostaria de ter estudado algum outro conteúdo do Ensino Médio participando de Atividade com Modelagem Matemática? Descreva!

ANEXO

Artigo: Modelagem Matemática como Metodologia para o Ensino Aprendizagem da Matemática: Revisão da Literatura.



Volume, 15, número, 1, ano, 2019

MODELAGEM MATEMÁTICA COMO METODOLOGIA PARA O ENSINO APRENDIZAGEM DA MATEMÁTICA: REVISÃO DA LITERATURA.

Sória Pereira Lima Soares ¹

Resumo. Este trabalho apresenta um levantamento, denominado “Estado da Arte”, onde evidencia os pontos centrais das dissertações e teses sobre Modelagem Matemática entre o período de 1998 a 2017. Para realizar a pesquisa, servimo-nos do Banco de Teses da CAPES e constatamos setenta e oito trabalhos a partir do termo “Modelagem Matemática” filtrados na área de conhecimento “Educação”, sobre os quais foram realizadas análises mediante suas informações. A característica predominante da pesquisa foi qualitativa e os procedimentos de coleta e análise se aproximam de aspectos da análise de conteúdo. A condução desse estudo foi norteada pela seguinte questão: Quais são os objetivos das obras e o que dizem os resultados das dissertações e teses sobre o uso da Modelagem Matemática como metodologia para o ensino aprendizagem? Buscando responder a esse questionamento, ao decorrer do artigo, discutimos as diferentes abordagens existentes acerca do assunto. Verificou-se que os cenários de aplicação dessa metodologia contemplam a Educação Básica, Educação Tecnológica e Educação Superior. A modelagem matemática é uma alternativa para o processo de ensino-aprendizagem, com vários pontos benéficos e também desafios.

Palavras-chave: Modelagem Matemática. Revisão Bibliográfica. Ensino de Matemática.

Abstract. This work presents a research, called "State of Art", which shows the central points of dissertations and thesis on Mathematical Modeling between 1998 and 2017. To carry out the research, we used the Thesis Bank of CAPES and verified seventy-eight articles of the term "Mathematical Modeling" filtered in the area of knowledge "Education", in which the analyzes were carried out through their information. The predominant characteristic of the research was qualitative and the procedures of approach and analysis approach the aspects of content analysis. The conduction of this study was guided by the following question: what are the objectives of the works and what are the results of dissertations and theses about the use of Mathematical Modeling as teaching methodology? To answer this question, throughout the article, we discuss the different approaches that exist in the subject. It was verified that the application scenarios of this methodology include Basic Education, Technological Education and Higher Education. Mathematical modeling is an alternative to the teaching-learning process, with several beneficial points and also challenges.

Keywords: Mathematical Modeling. Literature revision. Mathematics Teaching.

1 INTRODUÇÃO

¹ Mestranda do Programa de Pós Graduação em desenvolvimento Rural Sustentável e Gestão de Empreendimentos Agroalimentares. Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Pará.



Volume, 15, número, 1, ano, 2019

Segundo Klüber (2010) a Modelagem Matemática na Educação Matemática ainda é uma prática recente no Brasil, aproximadamente trintas anos. Ainda assim, mesmo com a breve trajetória, ela é um assunto nos principais eventos da área da Educação Matemática, como nomeadamente: Encontro Nacional de Educação Matemática – ENEM, Seminário Internacional de Pesquisa em Educação Matemática – SIPEM. Conta ainda com eventos peculiares, como dentre outros: Conferência Nacional de Modelagem na Educação Matemática – CNMEM, Encontro Paranaense de Modelagem na Educação Matemática - EPMEM e Encontro Paraense de Modelagem Matemática – EPAMM, que realizou em 2016 sua sexta edição em Belém-Pa.

Diante disso, considerando o mérito da Modelagem Matemática para a Educação brasileira realizamos o seguinte estudo: “O que se tem investigado sobre Modelagem Matemática na Educação?” catalogado na descrição dos pontos centrais das dissertações e teses produzidas no país no período de 1998 a 2017. Este estudo deu alicerce para o que apresentamos neste artigo em que buscamos responder a seguinte questão: **Quais são os objetivos das obras e o que dizem os resultados das dissertações e teses sobre o uso da Modelagem Matemática como metodologia para o ensino aprendizagem?** O perfil da investigação fica mais perto daquilo que Ferreira (2002) intitula como “Estado da Arte”. Segundo o autor, esses tipos de pesquisas tem em comum a instigação de analisar e debater uma obra acadêmica em distintas áreas do saber, na tentativa de responder que aspectos e proporções vêm sendo ressaído e apadrinhado em diferenciados tempos e localidades.

Podemos citar casos de trabalhos intitulados “Estado da Arte”, tais como: Metodologias Ativas de Ensino-Aprendizagem: Revisão Integrativa (PAIVA et al, 2016); Modelagem Matemática em Educação no Brasil: entendendo o universo de teses e dissertações (SILVEIRA, 2007); Pesquisa em Ensino de Ciências na atualidade: um breve estado da arte de 1990 a 2010 (SANTANA; LIMA, 2011); As pesquisas denominadas do tipo “Estado da Arte” em Educação (ROMANOWSKI; ENS, 2006); O estado da arte da pesquisa em ensino de Biologia no Brasil: um panorama baseado na análise de dissertações e tese (TEIXEIRA; NETO, 2012). Todos os trabalhos citados foram realizados em diferenciados níveis de investigação, preconizando os estudos que reaquistam o rumo de outras pesquisas que foram realizadas em suas relativas áreas.



Volume, 15, número, 1, ano, 2019

De modo específico, no campo da pesquisa em Modelagem Matemática, que é o nosso ponto central, podemos mencionar o trabalho de Silva e Klüber (2012) que procurava sanar a seguinte questão: “Em que níveis de ensino estão focadas as pesquisas brasileiras sobre Modelagem Matemática na Educação Matemática e o que isso revela?” e o trabalho de Tambarussi e Klüber (2014) no qual procurou investigar os focos da pesquisa *stricto sensu* em Modelagem Matemática na Educação Matemática brasileira: considerações e reflexões.

Assim sendo, analisa-se, neste artigo, a utilização da modelagem matemática como metodologia para o ensino aprendizagem da matemática, a partir de uma revisão da literatura, com objetivos específicos: 1) Reconhecer os cenários de utilização da modelagem matemática; 2) Definir os benefícios e desafios do uso da metodologia no processo de ensino-aprendizagem.

Todas as obras mencionadas em momento anterior exteriorizam, dentro de cada assunto central, a viabilidade de prosseguir nas investigações, isto é, observar os assuntos ainda não interpelados, ou até mesmo continuar os estudos já iniciados.

Destinando-se a alivitar uma comunicação com a Modelagem Matemática, que é o nosso campo de investigação, relataremos na seção seguinte alguns pontos de vistas a respeito da Modelagem Matemática. Dispostos este artigo perante a estrutura a seguir: Modelagem Matemática: Conceitos; Metodologia: Coleta e Verificação; Resultados e Discussão.

2 MODELAGEM MATEMÁTICA: CONCEITOS

A Modelagem Matemática traduz-se em um processo no qual a experiência cotidiana do aluno é aproveitada no ambiente acadêmico. Também podemos afirmar que a Modelagem Matemática trata-se de uma metodologia, cuja a proposta é oferecer aplicabilidade da matemática em situações da vida real. Assim, o objetivo dessa metodologia é dar um sentido ao conteúdo estudado, gerando uma facilidade maior na sua aprendizagem.

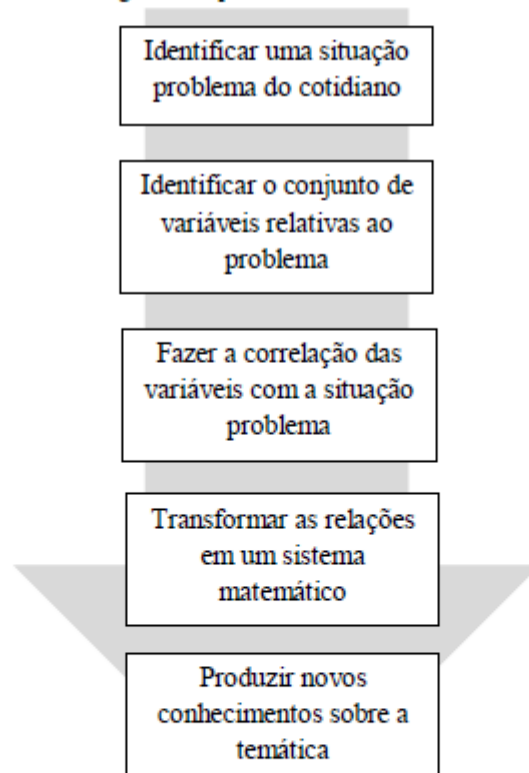
A Modelagem Matemática faz parte de um grupo de tendências que tem se destacado atualmente no mundo da Educação matemática, as quais visam proporcionar aos alunos aulas mais proveitosas e motivadoras. Nessa conjuntura, a Modelagem é encarada como umas das metodologias que concentra-se na melhoria da atuação dos professores e dos alunos no processo ensino-aprendizagem.



Volume, 15, número, 1, ano, 2019

Uma parcela significativa dos pesquisadores tem o hábito de combinar a Modelagem no ensino da matemática com as experiências extra sala de aula. Para Bassanezi, “A Modelagem Matemática consiste na arte de transformar problemas da realidade em problemas matemáticos e resolvê-los interpretando suas soluções na linguagem do mundo real” (2002, p. 16). Ferreira afirma que “a Modelagem Matemática, entendida como uma estratégia de ensino-aprendizagem, na qual os alunos transformam problemas da realidade em problemas matemáticos...” (2003, p. 51). Segundo Sadovsky (2007) o importante do processo da modelação é o reconhecimento de uma situação problema, a seleção de uma teoria para tratá-la e a produção de novo conhecimento, conforme a demonstrado na figura 1.

Figura 1: Esquema de leitura analítica



Fonte: Adaptado de Sadovsky (2007)



Volume, 15, número, 1, ano, 2019

E para reforçar temos Cristofolletti (1999, p. 47) que define a Modelagem Matemática como “Qualquer representação simplificada da realidade ou de um aspecto do mundo real que surja como de interesse ao pesquisador, que possibilite reconstruir a realidade, prever um comportamento, uma transformação ou uma evolução”.

Esses autores fazem a relação da Modelagem Matemática com as “situações problemas”, distintamente de Nina (2005), que usa a Modelagem Matemática para avizinhar “os mundos real e matemático”. Stahl (2003) discursa sobre “modelação de fenômenos ambientais”, ao mesmo tempo que Anastácio (1990) faz relação entre a prática da Modelagem Matemática ao que nomeia de “mundo-vida do aluno”. Para finalizar, Macintyre (2005), ao promover atividades de Modelação Matemática com seus educandos do curso de Administração, cita a Modelação Matemática norteadora para o “campo profissional do aluno”.

Ao mencionar os autores acima, lembramos de algumas das atividades de Modelagem na Educação Matemática desenvolvidas pelos pesquisadores, e como consequência lembramos do D’Ambrosio, o qual levanta a seguinte questão: “Por que Educação e Educação Matemática e o próprio fazer matemático se não percebemos como nossa prática pode ajudar a construir uma humanidade ancorada em respeito, solidariedade e cooperação?” (1998, p. 13).

Bassanezi declara que um dos objetivos da Modelagem na Educação Matemática é estabelecer com que os alunos se organizem “para a vida real como cidadãos atuantes na sociedade, competentes para ver e formar juízos próprios, reconhecer e entender exemplos representativos de aplicações de conceitos matemáticos” (2002, p. 36). Com este conceito, o autor consegue revelar como a Modelagem na Educação Matemática tem contribuído com a formação político-social do aluno. Afinal de contas, o autor Fiorentini (1996) garante que a Modelagem no Ensino da Matemática no Brasil tem uma implicação mais social e antropológica, segundo os estudos de D’Ambrosio, que procura estabelecer a Modelagem Matemática no âmbito da Etnomatemática.

A utilização da modelagem como estratégia de ensino promove a pesquisa de outros campos do conhecimento através da matemática: “[...] modelagem é um ambiente de aprendizagem no qual os alunos são convidados a indagar e/ou investigar, por meio da matemática, situações oriundas de outras áreas do conhecimento” (BARBOSA, 2002, p. 6).



Volume, 15, número, 1, ano, 2019

3 METODOLOGIA: COLETA E VERIFICAÇÃO

Trata-se de uma revisão de literatura com coleta de dados processada por meio de fontes secundárias, através de pesquisa bibliográfica e fundamentada no acúmulo de conhecimentos vivenciados pelos autores (SOUZA et al, 2010).

Na pesquisa os estudos podem exteriorizar a possibilidade de observar os assuntos ainda não interpelados, ou até mesmo continuar os estudos já iniciados.

Conforme já declaramos, neste artigo procuramos sanar a questão: **Quais são os objetivos das obras e o que dizem os resultados das dissertações e teses sobre o uso da Modelagem Matemática como metodologia para o ensino aprendizagem da matemática?**

Para respondermos a questão, servimo-nos do Banco de Teses da Capes, disponível em plataforma eletrônica, no qual investigamos com os seguintes critérios de inclusão: 1) Presença do termo de busca “modelagem matemática”; 2) Tipo: Dissertações e Teses; 3) Recorte temporal do período de 1998 a 2017; 4) Área de conhecimento: Educação.

Posteriormente, realizamos uma pesquisa denominada “Estado da Arte”, que segundo Ferreira (2002, p. 258) “é definida como caráter bibliográfico”, e busca

[...] responder que aspectos e dimensões vêm sendo destacados e privilegiados em diferentes épocas e lugares, de que formas e em que condições têm sido produzidas certas dissertações de mestrado, teses de doutorado, publicações em periódicos e comunicações em anais de congressos e seminários.

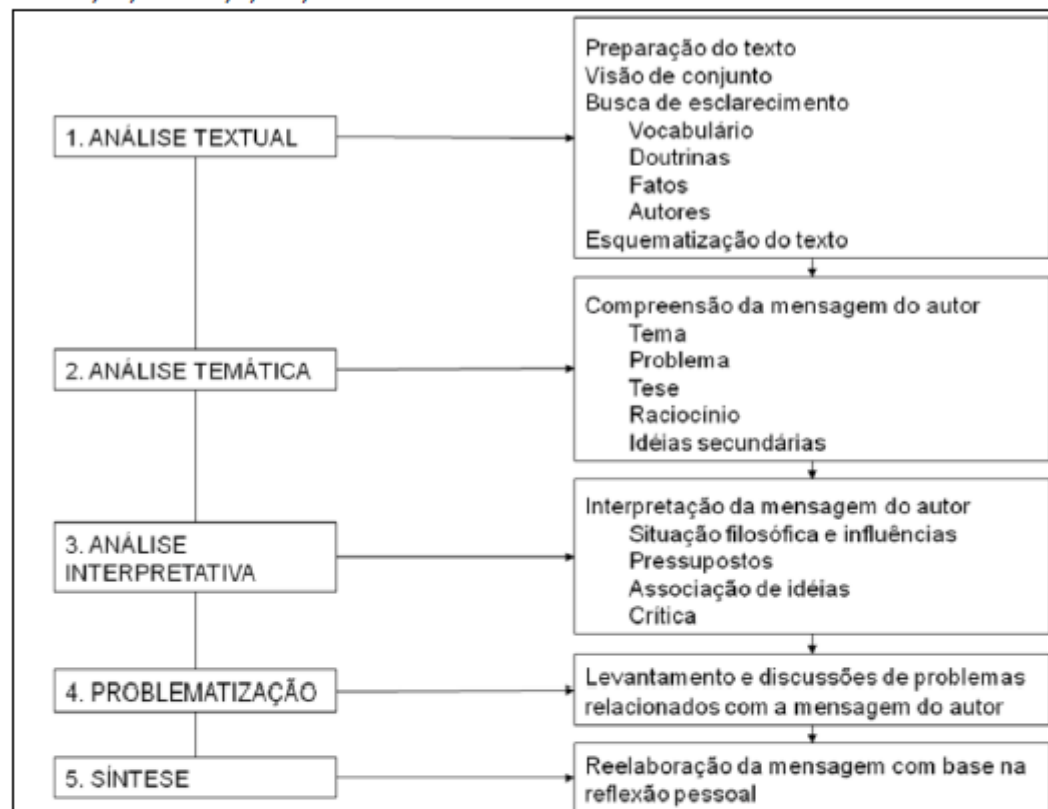
Foram selecionados 78 trabalhos, onde levantamos as principais informações: título; objetivo, cenários de utilização da modelagem matemática, benefícios e desafios do uso dessa metodologia e resumo.

Após o mapeamento, detectamos que cinquenta e sete correspondem a dissertações de mestrado e vinte e uma correspondem a teses de doutorado. Em seguida, iniciamos a fase de leitura e análise das obras selecionadas. A maneira pela qual executamos essa fase se aproxima do procedimento disposto por (SEVERINO, 2007, p. 64), na figura 2.

Figura 2: Esquema de leitura analítica



Volume, 15, número, 1, ano, 2019



Fonte: Severino (2007, p. 64)

Levando em consideração esse conceito realizamos a leitura dos resumos dos trabalhos com a intenção de conhecer os assuntos mencionados para reconhecer os pontos centrais de cada investigação levantada.

4 RESULTADOS E DISCUSSÃO

A interpretação visa esclarecer a questão assumida como norteadora da investigação: **Quais são os objetivos das obras e o que dizem os resultados das dissertações e teses sobre o uso da Modelagem Matemática como metodologia para o ensino aprendizagem?** Neste item esclareceremos quais abordagens estão sendo creditadas à Modelagem no Ensino da Matemática pelos pesquisadores. Apenas para elucidar, citamos duas delas: estratégia de ensino e aprendizagem e proposta metodológica.



Volume, 15, número, 1, ano, 2019

Ao seguir uma determinada perspectiva da Modelagem Matemática estamos explanando a nossa forma de entender essa metodologia, que por sua vez, irá repercutir na nossa prática e também no decorrer da pesquisa em Modelagem Matemática.

Prosseguindo, buscamos apresentar as distintas maneiras de se conceber a Modelagem Matemática utilizadas nas obras analisadas.

Na utilização da Modelagem Matemática como proposta metodológica, atribui-se a concepção de Burak (1992). Segundo o autor, a Modelagem Matemática é “um conjunto de procedimentos cujo objetivo é construir um paralelo para tentar explicar, matematicamente, os fenômenos presentes no cotidiano do ser humano, ajudando-o a fazer previsões e a tomar decisões” (BURAK, 1992, p. 62).

Já no entendimento da Modelagem Matemática enquanto estratégia de ensino e aprendizagem é “uma explicação, uma ressalva para a utilização da Modelagem Matemática no âmbito da educação, inclusive recebendo o nome de modelação” (KLÜBER, 2012, p. 213).

Contrariando ainda, temos Bassanezi (2002) que defende a Modelagem Matemática como uma estratégia de intervenção sobre a realidade, através do processo de criação de modelos.

Em brevíssimo, a frequência e o discurso de distintas concepções de Modelagem Matemática, nas obras de mestrado e doutorado, mostram o enaltecimento de cada um dos conceitos.

Outrossim, além das obras terem sido desenvolvidas em distintas perspectivas, também foram realizadas em diferentes níveis e modalidades de ensino, como a: Educação Básica, Educação de Jovens e Adultos (EJA), Ensino Técnico e Ensino Superior.

No processo de leitura analítica das obras, identificamos que os trabalhos com foco na utilização da Modelagem matemática em sala de aula, estão sendo realizados com frequência nas pesquisas em Modelagem Matemática.

Em nossa pesquisa, podemos apontar ainda obras que: tratam do desenvolvimento do pensamento reflexivo, da participação dos alunos na construção do conhecimento que ocorrem no ambiente de Modelagem Matemática e do crescimento político dos alunos. E trabalhos que abordaram diferentes conteúdos matemáticos através da Modelagem Matemática, esta utilizada



Volume, 15, número, 1, ano, 2019

como estratégia para o ensino e aprendizagem. A diversidade dos conteúdos pode ser justificada pelo fato das pesquisas serem aplicadas em todos os níveis de ensino.

Em outra perspectiva, temos as pesquisas que buscam relatar a Modelagem matemática em conjunto com outras teorias, como por exemplos: a teoria da socialização do conhecimento de Vygotsky; a aprendizagem significativa crítica; a transposição didática; os mapas conceituais; a produção de sentidos e a teoria das representações semióticas.

E finalizando, apresentam-se as obras que investigaram as impressões, experiências, tensões, concepções de professores e futuros professores de Matemática comprometidos com a Modelagem Matemática.

5 CONSIDERAÇÕES

A pesquisa do “Estado da Arte” sobre a Modelagem Matemática na Educação, especificamente no ensino da Matemática, nos dá base para o discernimento daquilo que tem sido investigado sobre a temática. As reflexões realizadas dão consentimento para responder a pergunta norteadora deste artigo: **Quais são os objetivos das obras e o que dizem os resultados das dissertações e teses sobre o uso da Modelagem Matemática como metodologia para o ensino aprendizagem?**

Além de apontar os pontos centrais mais frequentes nas investigações de Modelagem matemática, nossa pesquisa mostrou alguns dos vários rumos que são trilhados na utilização da Modelagem Matemática.

O pesquisa mostra que a Modelagem Matemática serve como estratégia para o ensino e aprendizagem da matemática estimulando conhecimentos, incentivando reflexões e desafiando para resolução de problemas, ou seja, é possível trabalhar todos os níveis do domínio cognitivo: conhecimento, compreensão, aplicação, análise, síntese e julgamento.

Torcemos para que os docentes sejam receptivos com essa metodologia de ensino, e utilizem em suas aulas, e que todos tenham acesso e possam desfrutar dos benefícios da Modelagem Matemática.

REFERENCIAS



Volume, 15, número, 1, ano, 2019

ANASTÁCIO, Maria Queiroga Amoroso. **Considerações sobre a modelagem matemática e a educação matemática**. 1990. 100 p. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 1990.

BARBOSA, J. C. **Modelagem matemática e os futuros professores**. In: REUNIÃO ANUAL DA ANPED, 25, 2002, Caxambu. Anais. Caxambu: ANPED, 2002.

BASSANEZI, Rodney Carlos. **Ensino-aprendizagem com modelagem matemática: uma nova estratégia**. São Paulo: Contexto, 2002.

BORSSOI, Adriana Helena. **A aprendizagem significativa em atividades de modelagem matemática como estratégia de ensino**. 2004. 140 p. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Departamento de Matemática, Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2004.

BURAK, Dionísio. **Modelagem matemática: ações e interações no processo de ensino aprendizagem**. 1992. 459 p. Tese (Doutorado em Educação) – Faculdade de Educação, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 1992.

CRISTOFOLETTI, A. **A modelagem de sistemas ambientais**. São Paulo: Edgard Blücher, 1999.

D'AMBRÓSIO, Ubiratan. **Educação matemática: da teoria à prática**. Campinas: Papirus, 1998.

FERREIRA, Denise Helena Lombardo. **O tratamento de questões ambientais através da modelagem matemática: um trabalho com alunos do ensino fundamental e médio**. 2003. 278 p. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2003.

FERREIRA, N. S. de A. **As pesquisas denominadas “estado da arte”**. Educação & Sociedade, Campinas, v. 79, p. 257-272, 2002.

FIORENTINI, D. **Estudo de algumas tentativas pioneiras de pesquisa sobre o uso da modelagem matemática no ensino**. In: ICME, 8, 1996, Sevilha. Anais. Sevilha: ICME, 1996.

KLÜBER, T. E. (2010). **Modelagem Matemática: revisitando aspectos que justificam a sua utilização no ensino**. In **Modelagem Matemática uma perspectiva para a Educação Básica**. Ponta Grossa: Editora UEPG, 97-114.

NINA, Clarissa Trojack Della. **Modelagem matemática e novas tecnologias: uma alternativa para a mudança de concepções em Matemática**. 2005. 133 p. Dissertação